MATEMÁTICA E SUAS TECNOLOGIAS

MATEMÁTICA

Módulo 2

Unidades 15 e 16

Unidade 15

<pág. 33>

Função Polinomial do 1º grau

Para início de conversa...

Gráfico de jornal americano mostra como o mundo engordou nos últimos 30 anos

10 de fevereiro de 2011

O *site* do jornal americano The Washington Post publicou um gráfico interativo que revela como a

população do planeta ganhou peso nos últimos 30 anos.

É possível inclusive ver a situação do Brasil. Basta selecionar o país numa lista que fica no canto direito. Homens e mulheres brasileiros hoje estão com sobrepeso.

Fonte: http://saude.abril.com.br/blogs/emagreca-com-saude/2011/02/10/grafico-de-jornal-americano-mostra-como-o-mundo-engordou-nos-ultimos-30-anos/

Você já reparou que todos os dias nos deparamos com inúmeras informações que envolvem gráficos?

Basta abrir um jornal, uma revista ou pesquisar na Internet que você perceberá que está imerso em um mundo rodeado de informações que são transmitidas através de gráficos.

Mas... você já parou para pensar o que representa um gráfico?

<pág. 34>

Verbete

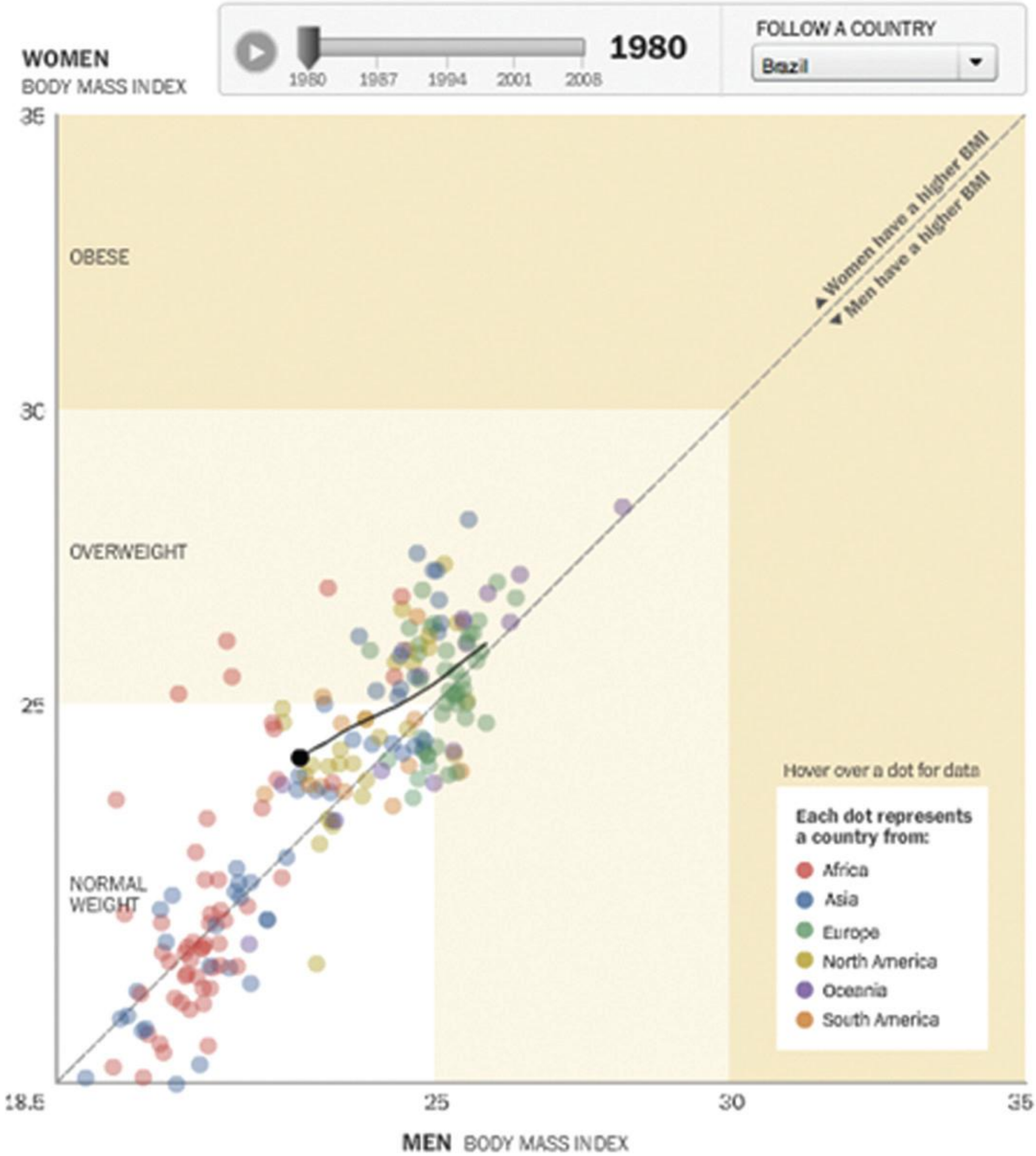
Gráfico
Expressa visualmente dados ou valores numéricos com objetivo de facilitar e dinamizar sua leitura.

******

Na matéria do *site* que aparece no início desta unidade, ao clicar em gráfico interativo você pode fazer a simulação do índice de massa corporal de homens e mulheres do mundo inteiro de 1980 até 2008.

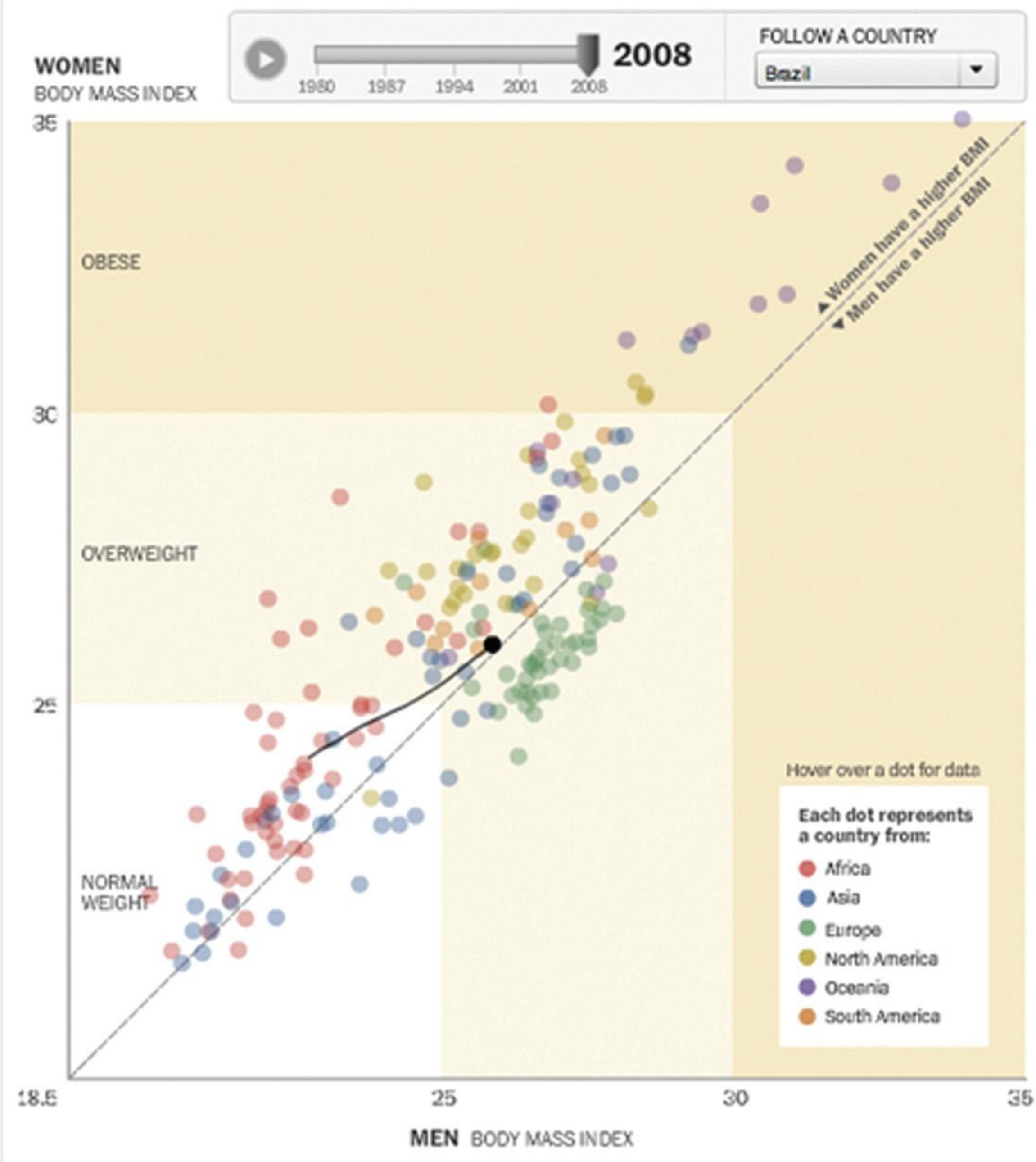
Vejamos a situação do Brasil:

Em 1980



WOMEN
BODY MASS INDEX
1980
1980 1987 1994 2001 2008
FOLLOW A COUNTRY
Brazil
35
30
25
18.5
OBESE
OVERWEIGHT
NORMAL WEIGHT
Women have a higher BMI
Men have a higher BMI
Hover over a dot for data
Each dot represents a country from:
Africa
Asia
Europe
North America
Oceania
South America
25
30
35
MEN BODY MASS INDEX

Em 2008



<pág. 35>

Verbete

IMC
(Índice de Massa Corporal)

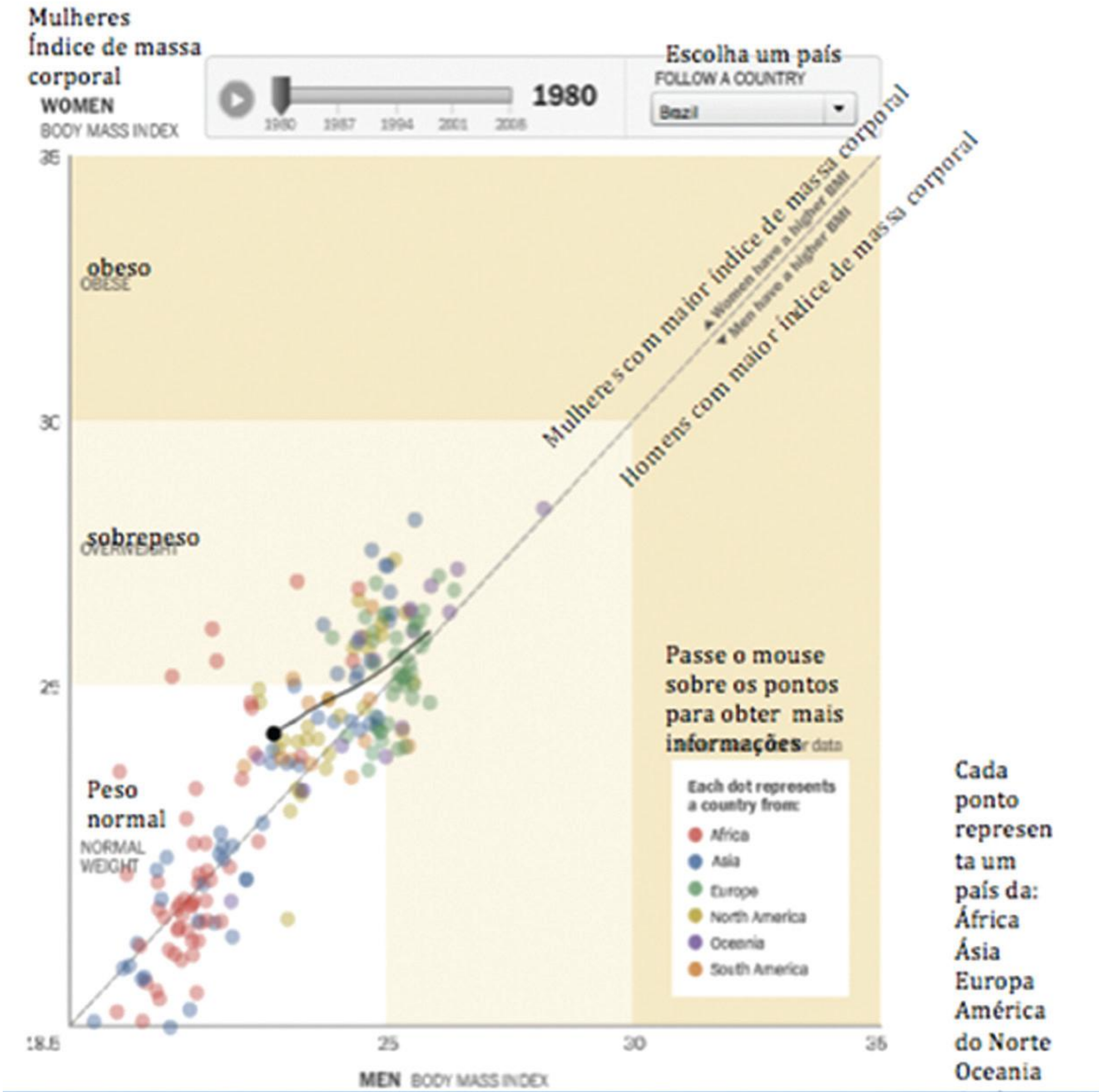
– fator para a avaliação do peso ideal dos indivíduos. É calculado através do quociente (divisão) entre a massa do indivíduo (em quilogramas) e o quadrado da sua altura (em metros). No site http://dab.saude.gov.br/nutricao/ , é possível calcular o seu IMC e saber se o seu peso é ou não ideal.

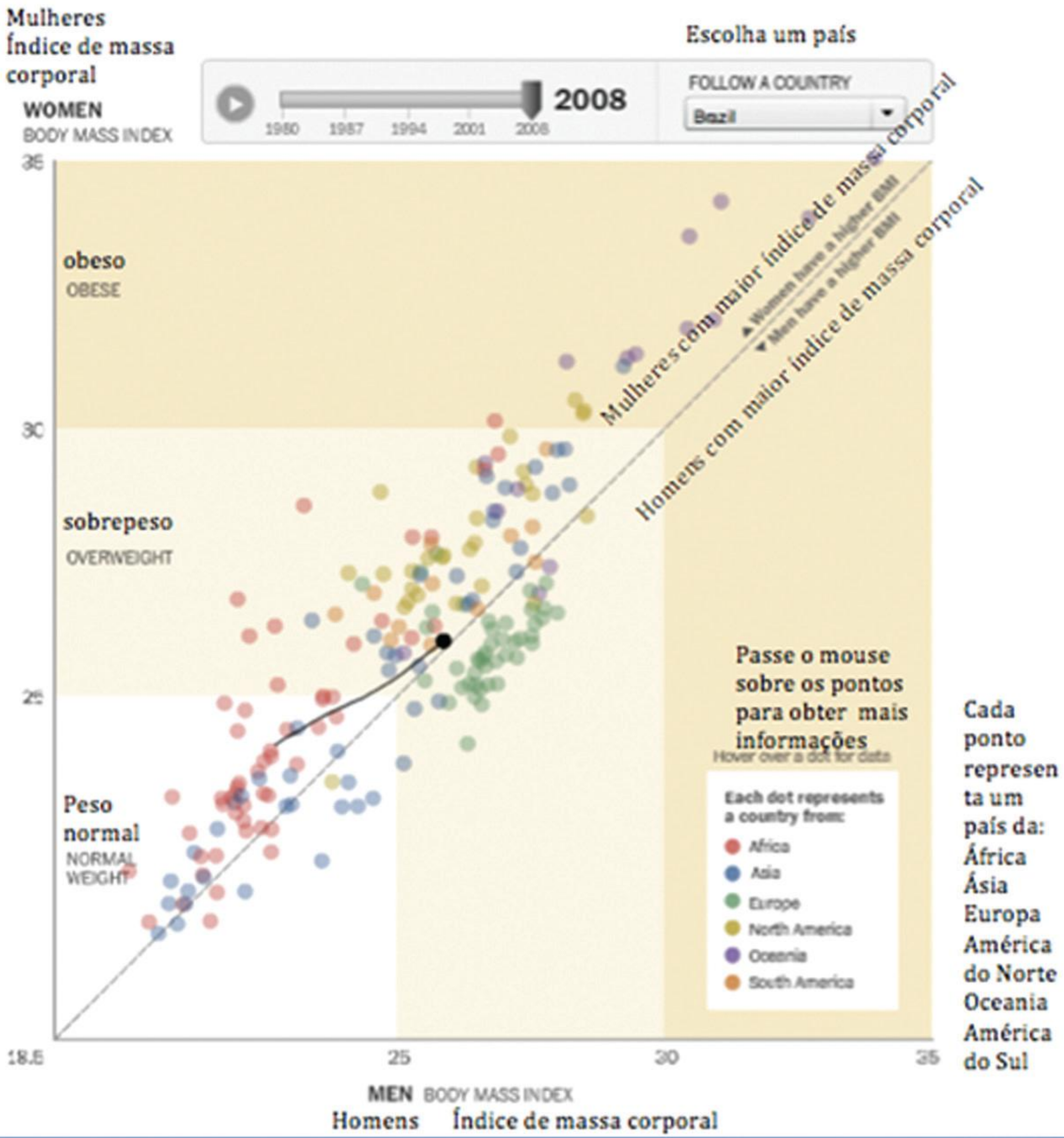
****

Ao analisar esses dados, o que você pode concluir?

10

<pág. 36>


Mulheres
Índice de massa corporal
WOMEN
BODY MASS INDEX
Escolha um país
FOLLOW A COUNTRY
Brazil
1980
1980 1987 1994 2001 2008
35
30
25
18.5
obeso
OBESE
sobrepeso
OVERWEIGHT
Peso normal
NORMAL WEIGHT
Mulheres com maior índice de massa corporal
Women have a higher BMI
Men have a higher BMI
Homens com maior índice de massa corporal
Passe o mouse sobre os pontos para obter mais informações
Each dot represents a country from:
Africa
Asia
Europe
North America
Oceania
South America
MEN BODY MASS INDEX
Cada ponto representa um país da:
África
Ásia
Europa
América do Norte
Oceania



Nesta unidade, continuaremos estudando as funções afins, entendendo como é possível representá-las por meio de gráficos.

Objetivos de Aprendizagem

.Interpretar gráficos de funções afins;

.Construir gráficos de funções afins;

.Resolver situações do dia a dia que envolvam gráficos de funções afins.

<pág. 38>

Seção 1

Funções em toda parte

No estudo das funções e da Matemática em geral, é sempre interessante que o estudante associe os

conceitos estudados em sala com o seu cotidiano. A vivência de situações práticas constitui um importante apoio no processo ensino-aprendizagem, sendo facilitadora da assimilação de conteúdos. Por exemplo, imagine que você foi ao mercado comprar carne, que está em oferta, e decide comprar alcatra que está custando R$9,00 o quilo. Como determinar uma maneira de se calcular o valor a ser pago por uma quantidade qualquer de alcatra?

Como vimos na unidade anterior, esse tipo de problemática é resolvido através da função afim. Você já consegue facilmente perceber que ao multiplicarmos o preço da carne (R$9,00) pela

quantidade de carne (em quilogramas) que queremos comprar, obteremos o valor total a ser pago, certo?

Desta maneira, podemos escrever f(x) = 9x como a função que representa a situação descrita no problema: o valor total a ser pago f(x) em função da quantidade x (em quilograma) de alcatra cujo quilograma custa 9 reais.

Você percebeu que estamos representando de duas formas distintas uma mesma situação real? Na primeira vez, descrevemos a situação em linguagem natural e na segunda, na

forma de linguagem algébrica (através da função afim).

<pág. 39>

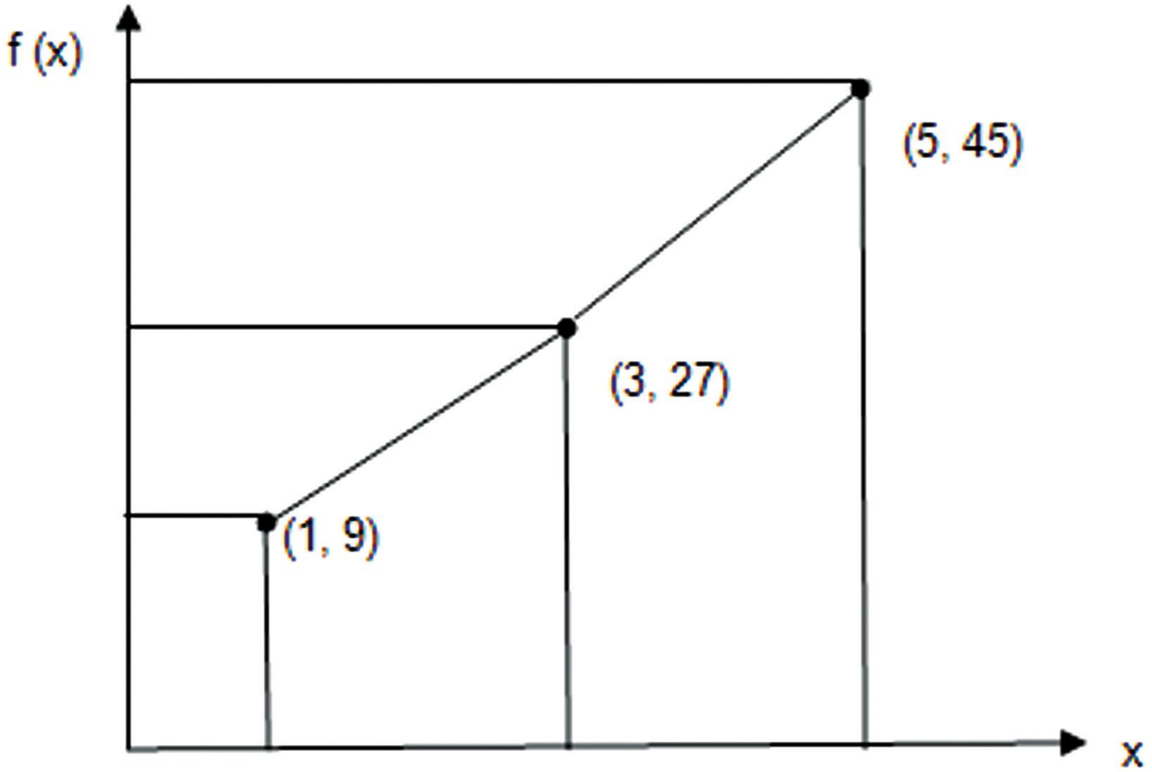
Além dessas duas maneiras, podemos também representar essa mesma situação, através da tabela de valores e através de gráfico.

x	f(x) = 9x
1 kg	R$ 9,00
3,5 kg	R$ 31,50
5,25 kg	R$ 47,25

Para construirmos uma tabela, basta escolhermos um valor para uma das variáveis (x ou f(x)) e determinarmos o valor da outra variável através da sua lei de formação (nesse caso f(x) = 9x). No nosso exemplo, analisando a 1ª linha temos: Se compramos 3,5 kg pagamos R$31,50 (9x3,5) pela carne ou, se pagamos R$31,50 pela carne significa que estamos comprando 3,5 kg (31,50:9). Já se comprarmos 5,25 kg de carne, pagaremos R$ 47,25 (5,25x9) e assim por diante.

Podemos exibir as informações contidas na

tabela acima no plano cartesiano, marcando pontos da forma (x,f(x)).



A escolha de outros valores para x implica em marcarmos novos pontos do plano cartesiano. Veremos mais adiante que os pontos da forma (x, f(x)), com f(x) = ax + b (uma função

polinomial do 1º grau), estão alinhados.

No exemplo a seguir, vamos entender melhor como podemos interpretar dados em um gráfico.

<pág. 40>

Exemplo: O gráfico representado na Figura 1 demonstra a evolução de casos da influenza A (vírus H1N1).

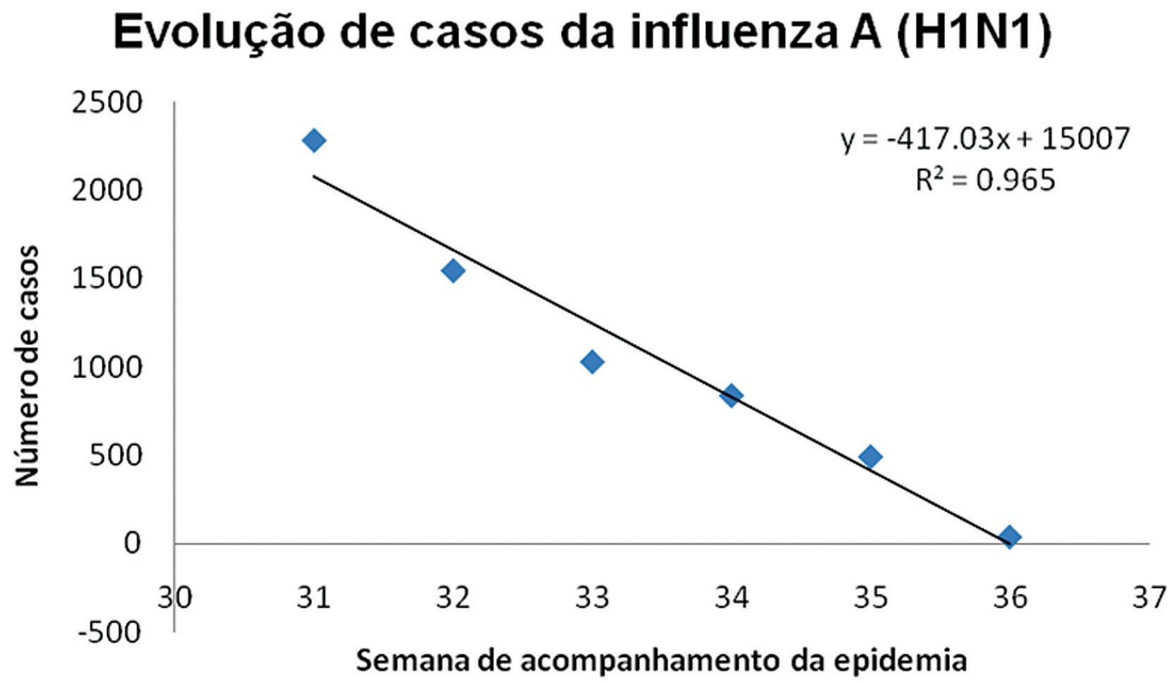
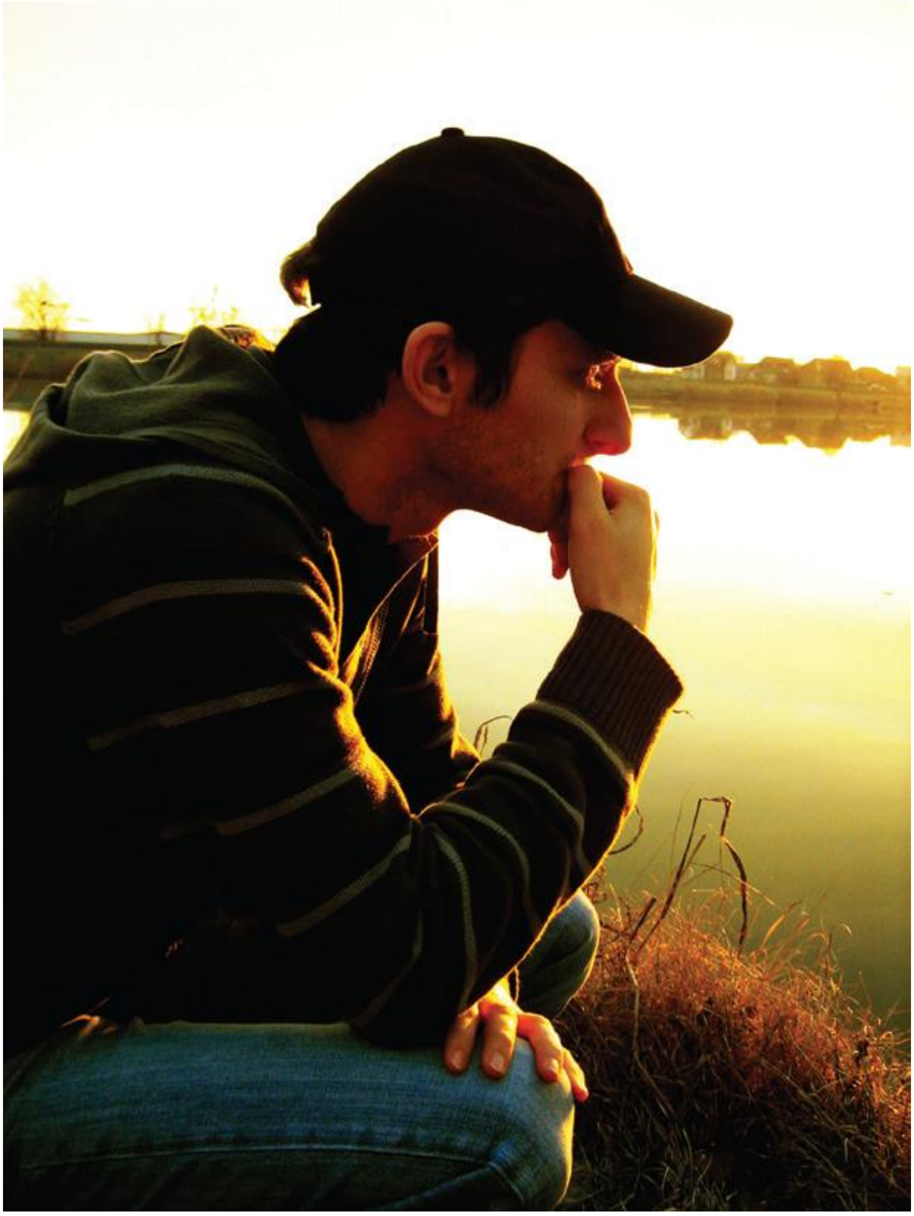


Figura 1: Gráfico do número de casos do vírus H1N1, ao longo das semanas de acompanhamento da epidemia. A representação foi aproximada pelo gráfico de uma função afim (observe que alguns pontos estão fora da reta).

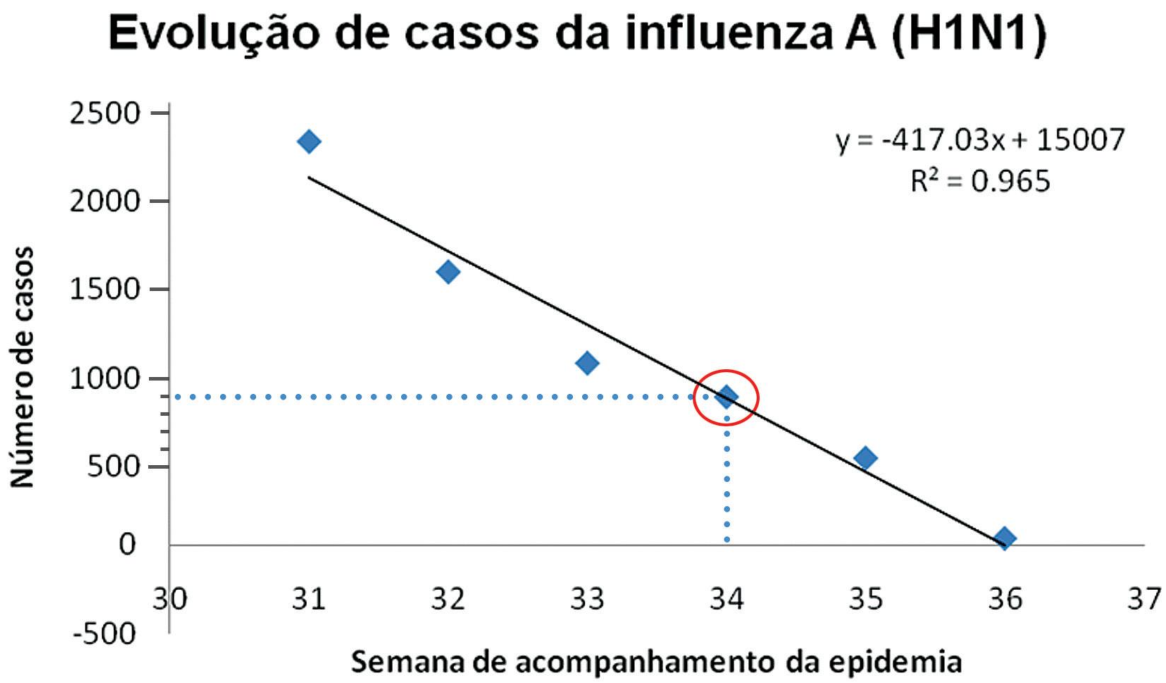
22

O que podemos dizer sobre os números de casos na 34a semana?



Observe que são dois eixos: um vertical que descreve o número de casos e um horizontal que relata as semanas de acompanhamento da epidemia.

O gráfico relaciona, então, essas duas grandezas.



Analisando a 34a semana, percebemos que o número de casos gira em torno de 800, ou seja,no acompanhamento da epidemia, na 34a semana o número de casos foi de aproximadamente 800.

E quando o número de casos é praticamente zero?

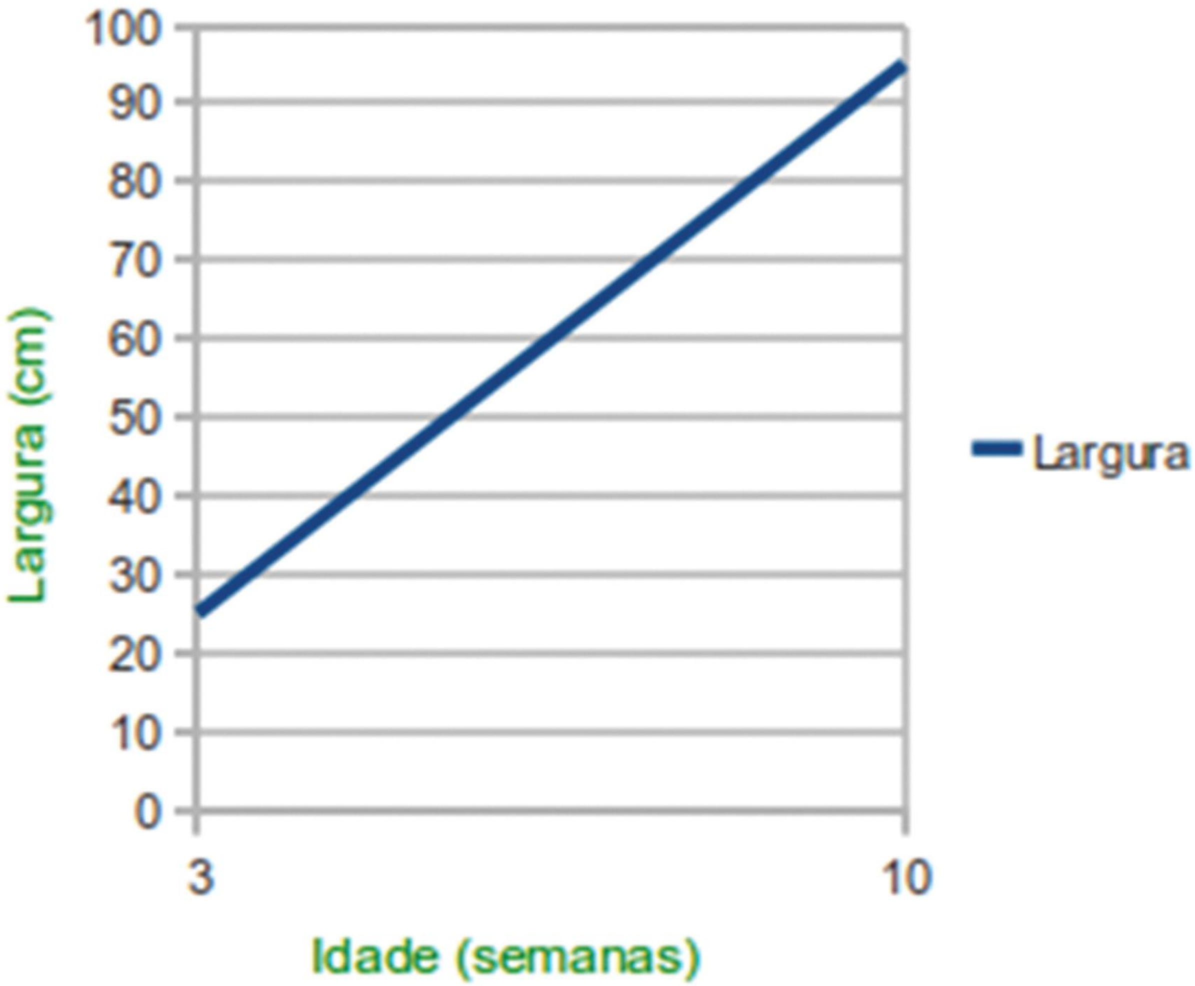
Analisando novamente o gráfico da Figura 1, vemos que o número de casos é praticamente zero na 36a semana.

Agora é sua vez de interpretar as situações apresentadas a seguir.

<pág. 42>

Atividade 1

Observe o gráfico a seguir:



Analise as afirmativas como verdadeiras ou falsas:

a. O gráfico relaciona a idade em anos e a largura em centímetros de um órgão. ( )

b. O eixo horizontal representa a idade e o vertical a largura. ( )

c. Com 3 semanas a largura do órgão mede menos de 30 cm. ( )

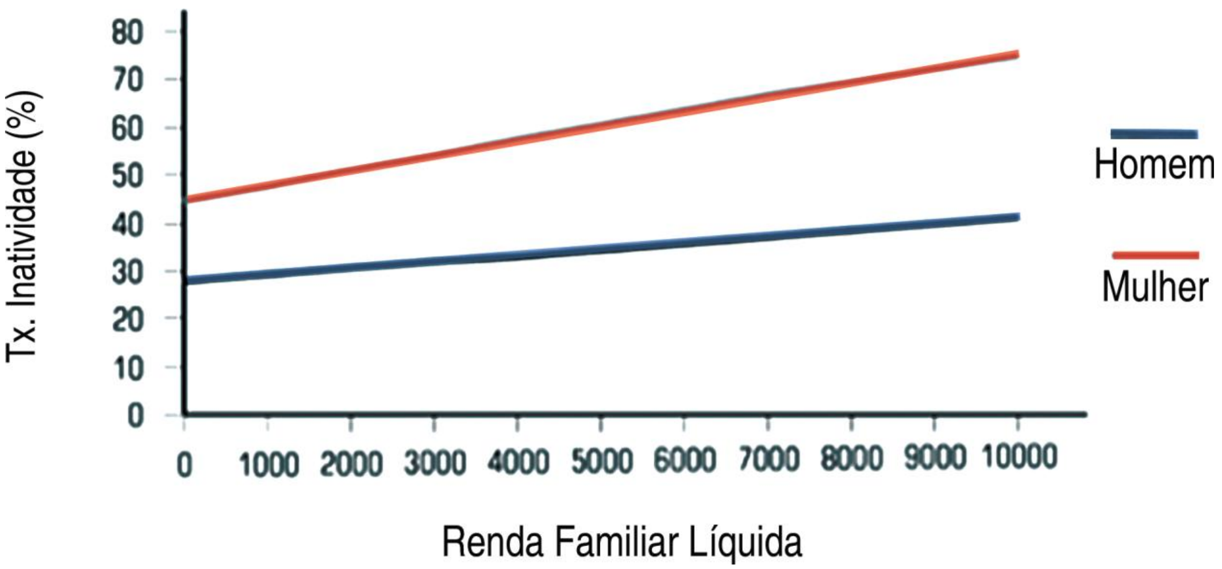
d. Com 10 semanas a largura do órgão mede exatamente 100 cm. ( )

******

<pág. 43>

Atividade 2

O gráfico a seguir relaciona a taxa de inatividade (%) e a renda familiar (em Reais) entre homens e mulheres. Com base nas informações do gráfico, responda:



a. Em qual dos sexos, a taxa de inatividade é maior?

b. Com base em qual característica, podemos afirmar que os gráficos que descrevem a taxa de inatividade de homens e mulheres em função da renda representa uma função afim?

c. Quando a renda familiar é de 1000 Reais, de quantos por cento é aproximadamente a taxa de inatividade de homens e mulheres?

****

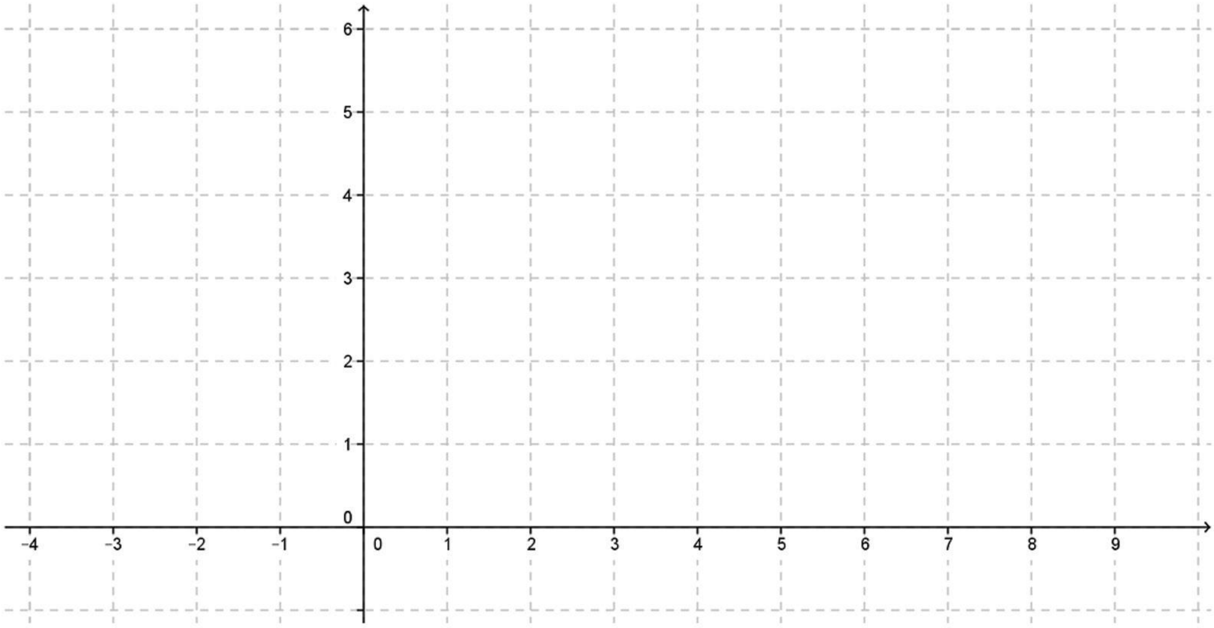
<pág. 44>

Atividade 3

a. Considere uma função real dada por f(x) = x + 2. Vamos escolher três valores para x: 1, 2 e 3. Determine f(1), f(2) e f(3). Preencha a seguinte tabela com esses valores:

Ponto	X	f(x)
A	1	
B	2	
C	3	

b. Marque no plano cartesian



Mostre que esses três pontos estão alinhados. Para isso, mostre que a distância de A até C é a soma das distâncias de A até B e de B até C.

******

<pág. 45>

Saiba Mais

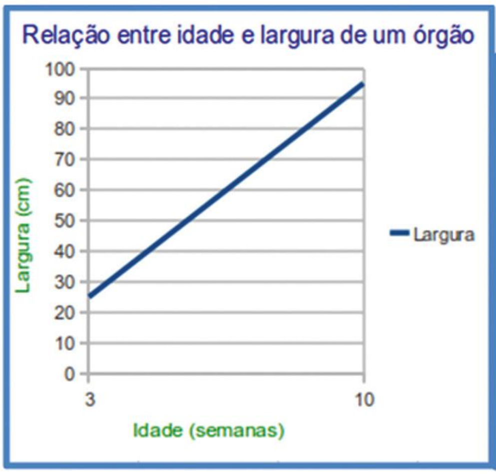
Será que foi uma coincidência os valores escolhidos na atividade anterior nos fornecerem pontos alinhados através da função? No link http://www.moodle.ufba.br/mod/book/view.php?id=131066&chapterid=30720 (Acesso em 17/02-13) você pode encontrar uma demonstração de que os pontos que pertencem ao gráfico de uma função

polinomial do 1º grau estão alinhados.
******

Seção 2
Crescente ou decrescente?

Observe novamente os gráficos da seção anterior e tente descobrir alguma diferença entre eles.

Você notou a diferença nesses exemplos?



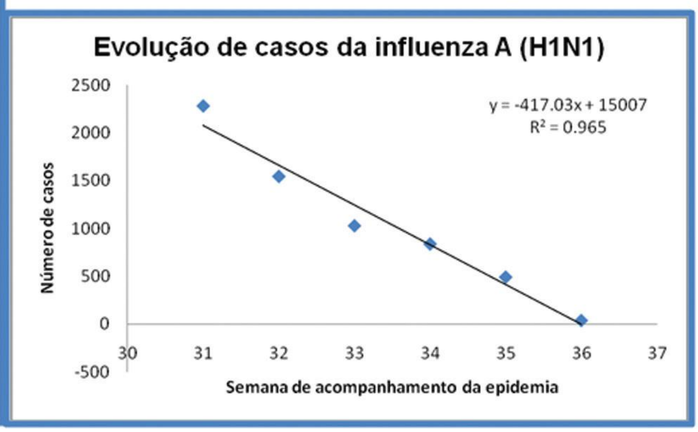


Figura 2: (a) Relação entre idade e largura de um órgão. (b) Relação entre semanas de acompanhamento da epidemia do vírus H1N1 e o número de casos

A diferença existe porque alguns são gráficos de funções crescentes como no exemplo ao lado. Veja que à medida que o valor de x vai aumentando, o valor de y também aumenta.

<pág. 46>

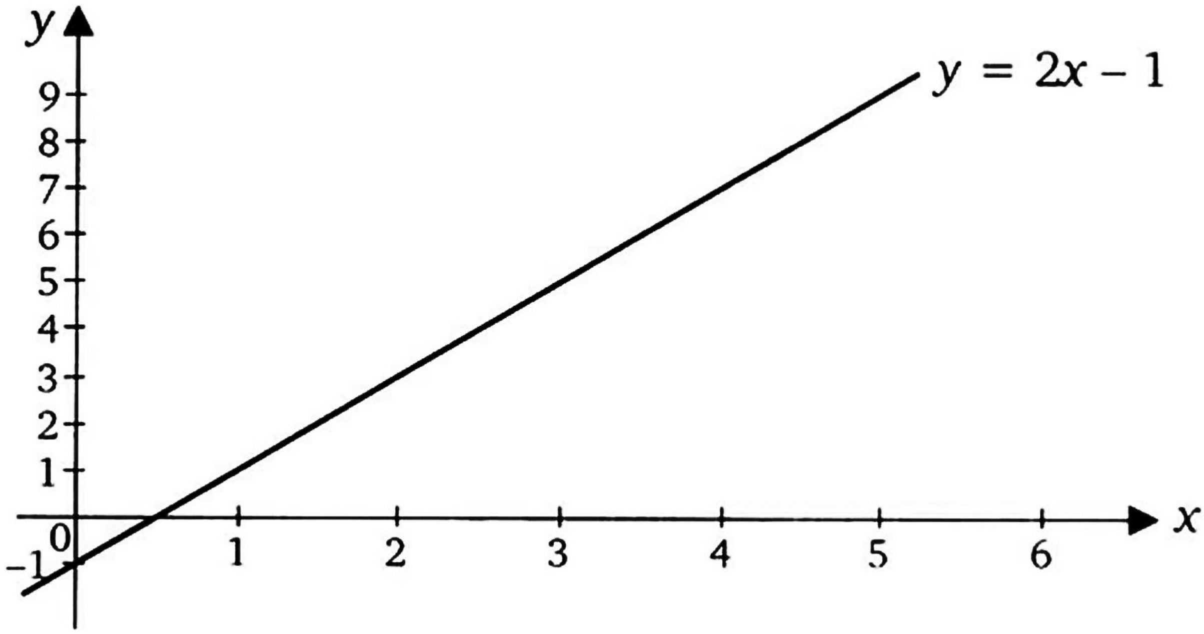


Figura 3: Gráfico de uma função crescente e outros de funções decrescentes como o exemplo que segue

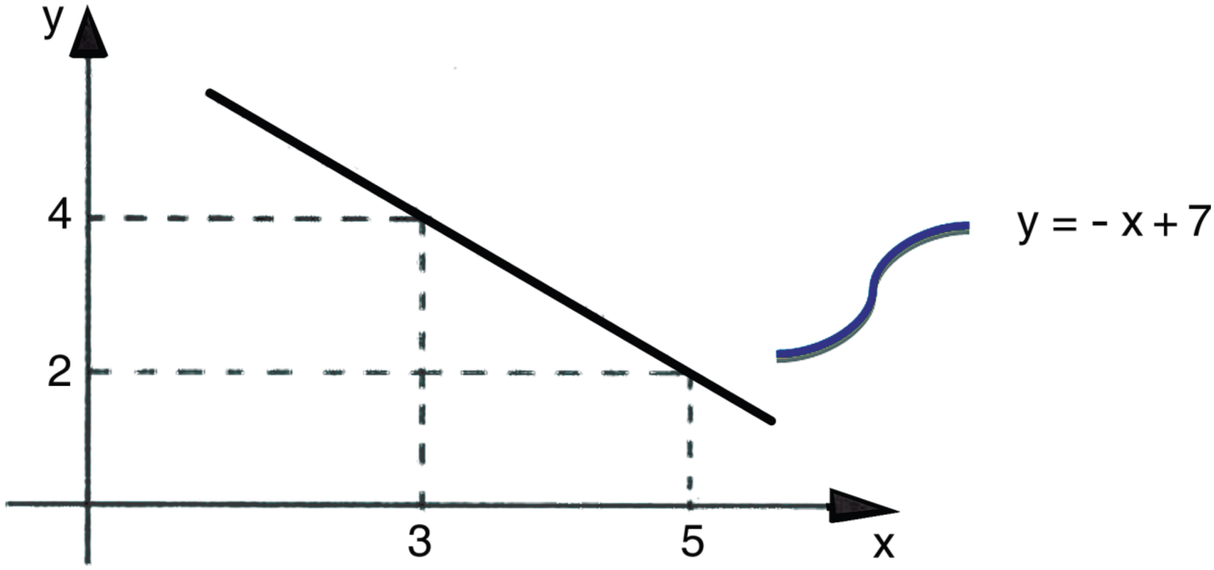


Figura 4: Gráfico de uma função decrescente

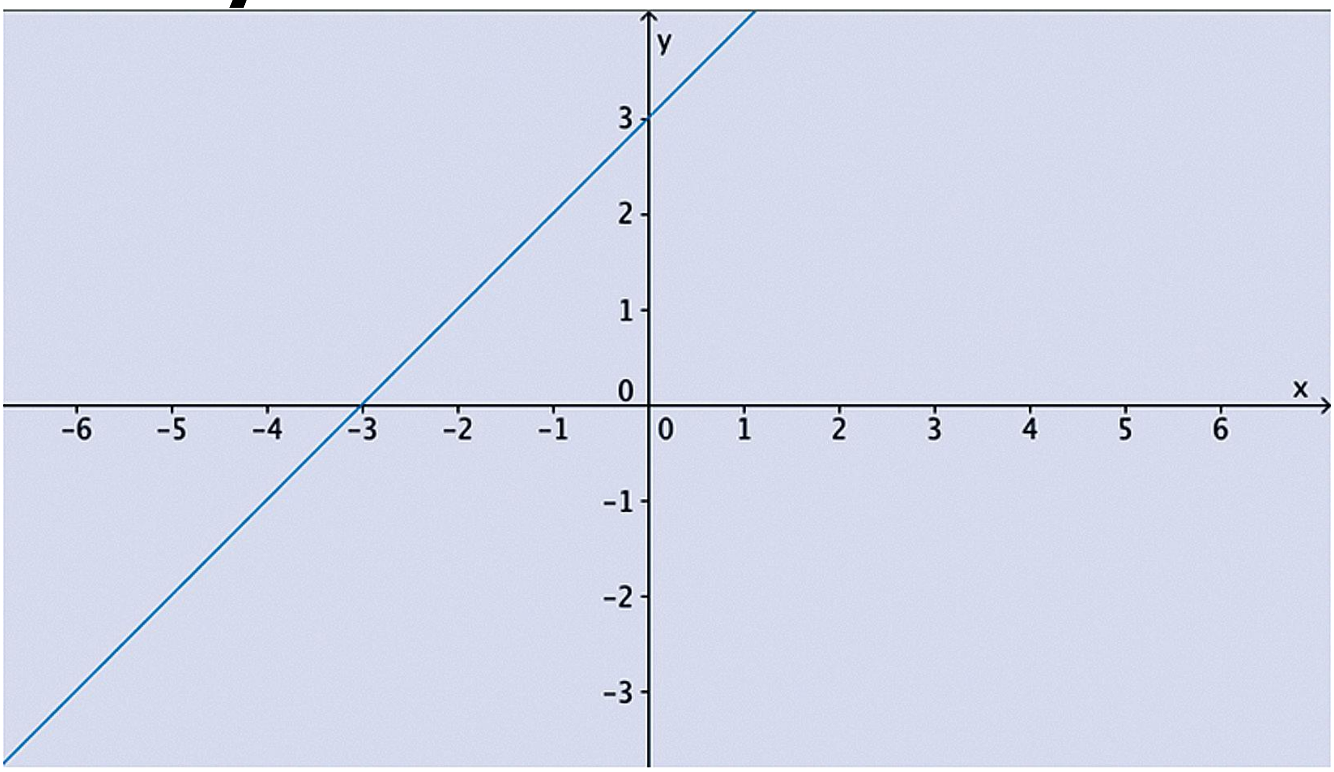
Note que no gráfico da Figura 4 à medida que o valor de x aumenta, o valor de y vai diminuindo.

Será que você já pode dizer se as funções a seguir são crescentes ou decrescentes, apenas observando sua representação gráfica? Confira seu entendimento a esse respeito, fazendo a próxima atividade.

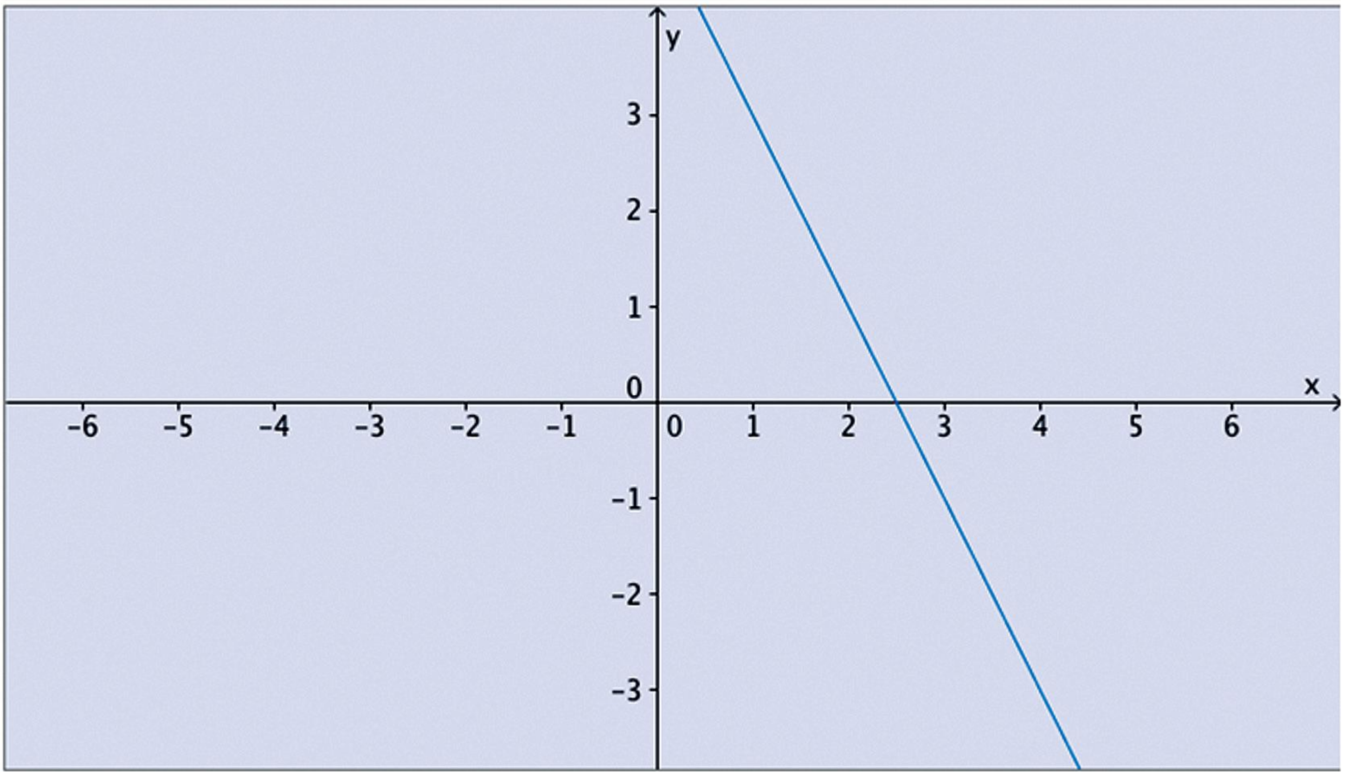
Atividade 4

Analise os gráficos e diga se as funções abaixo são crescentes ou decrescentes.

a. $y = x + 3$



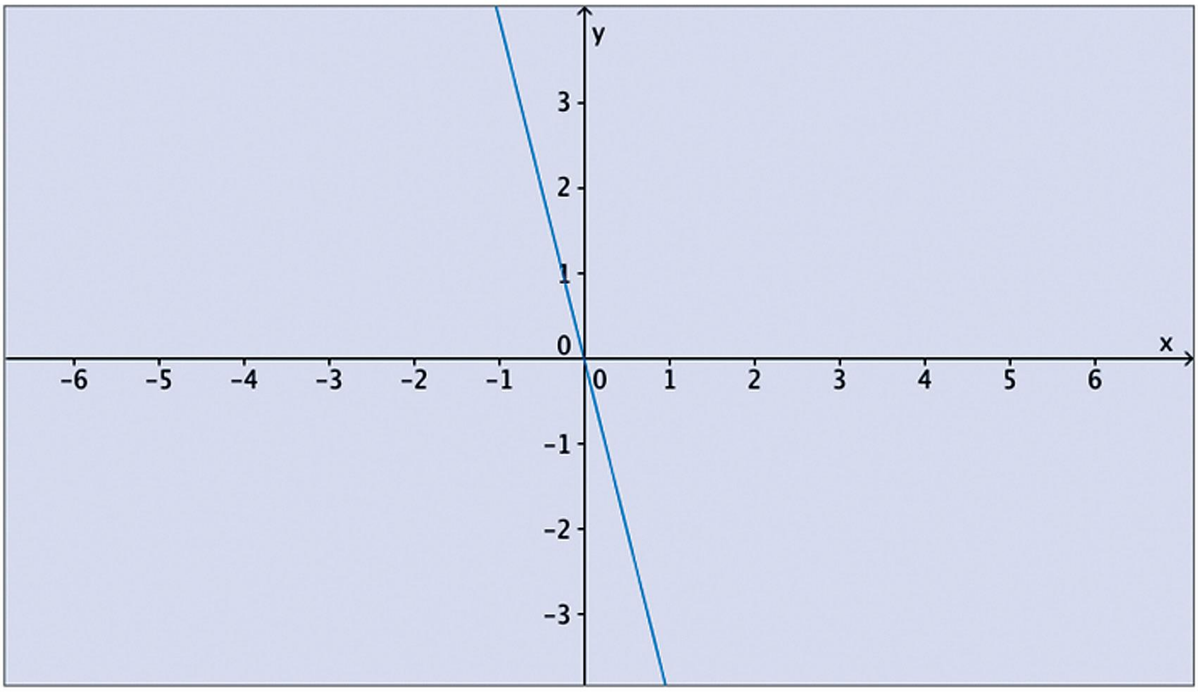
b. $y = -2x + 5$



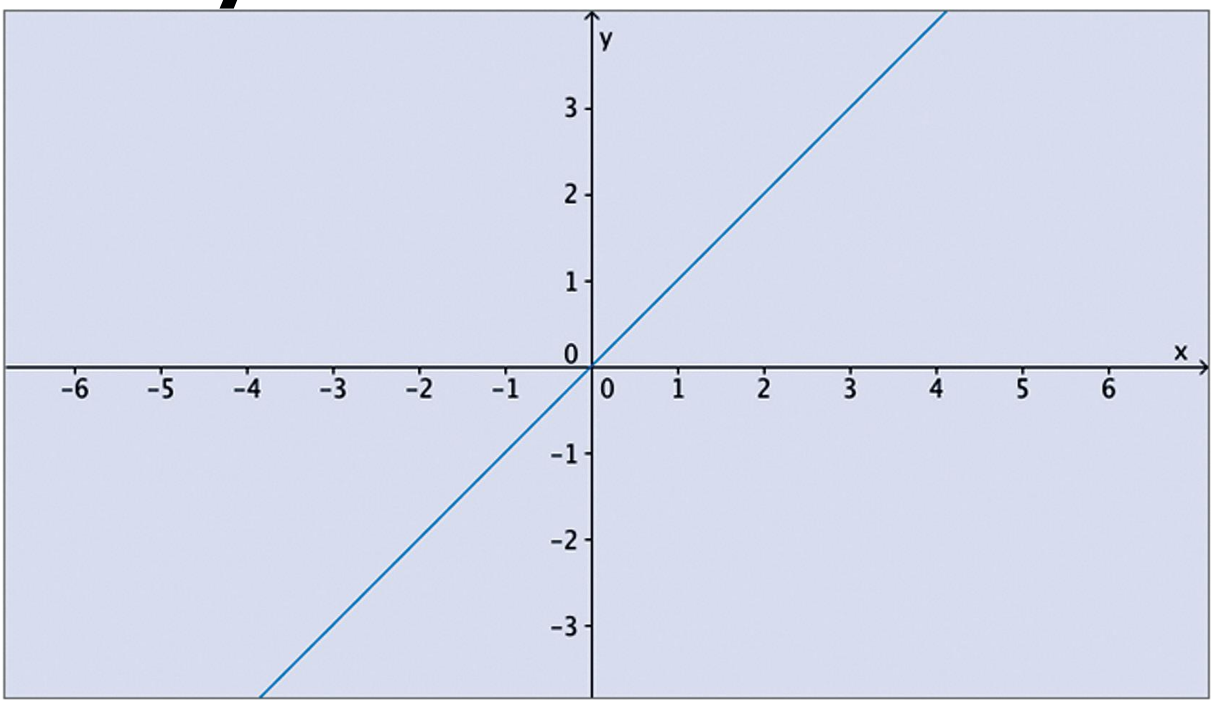
38

<pág. 48>

c. $y = -4x$

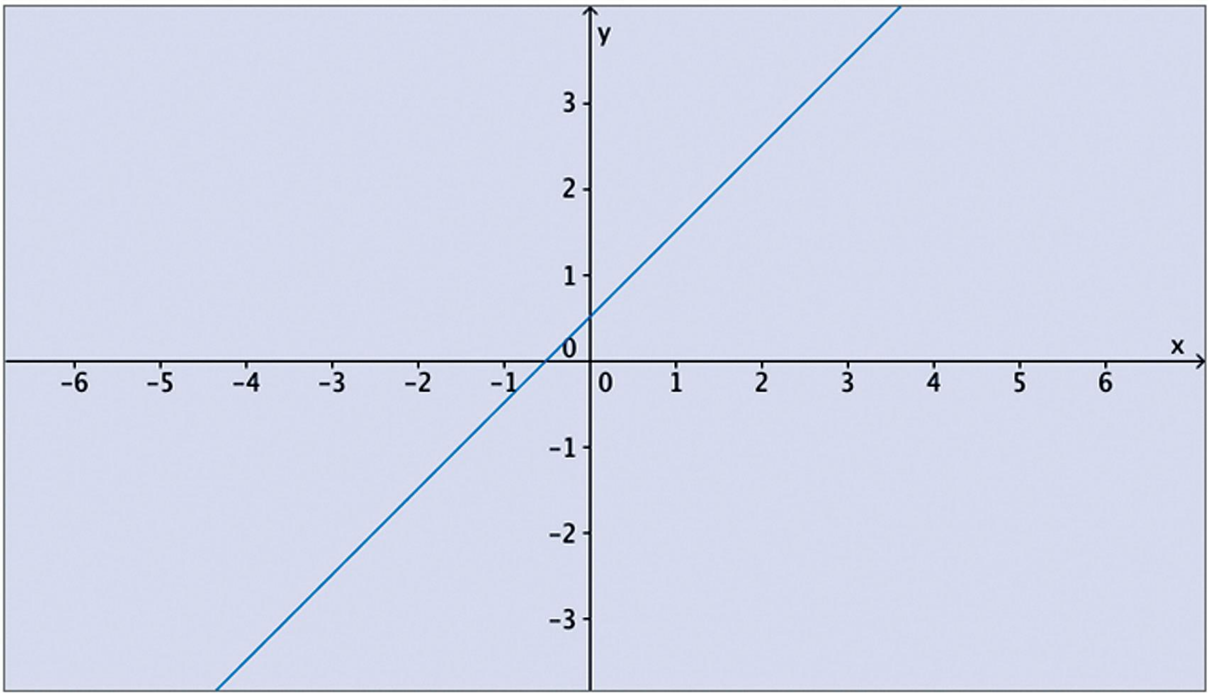


d. $y = x$

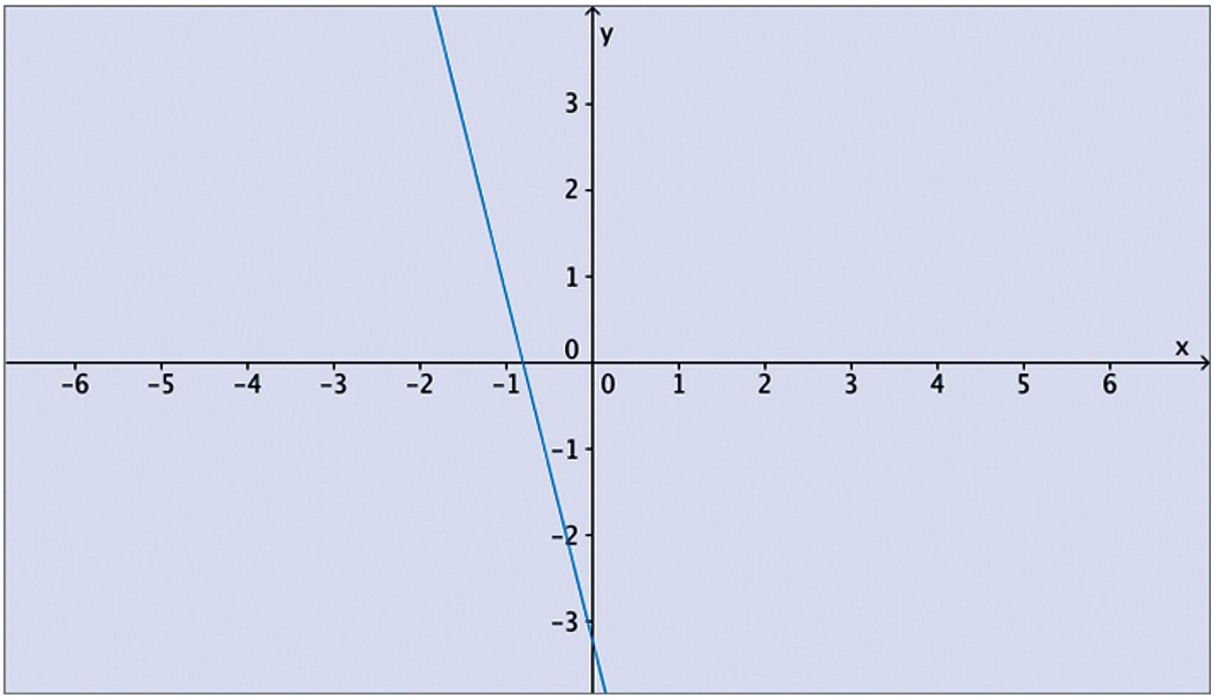


<pág. 49>

e. $y = x + 0{,}5$



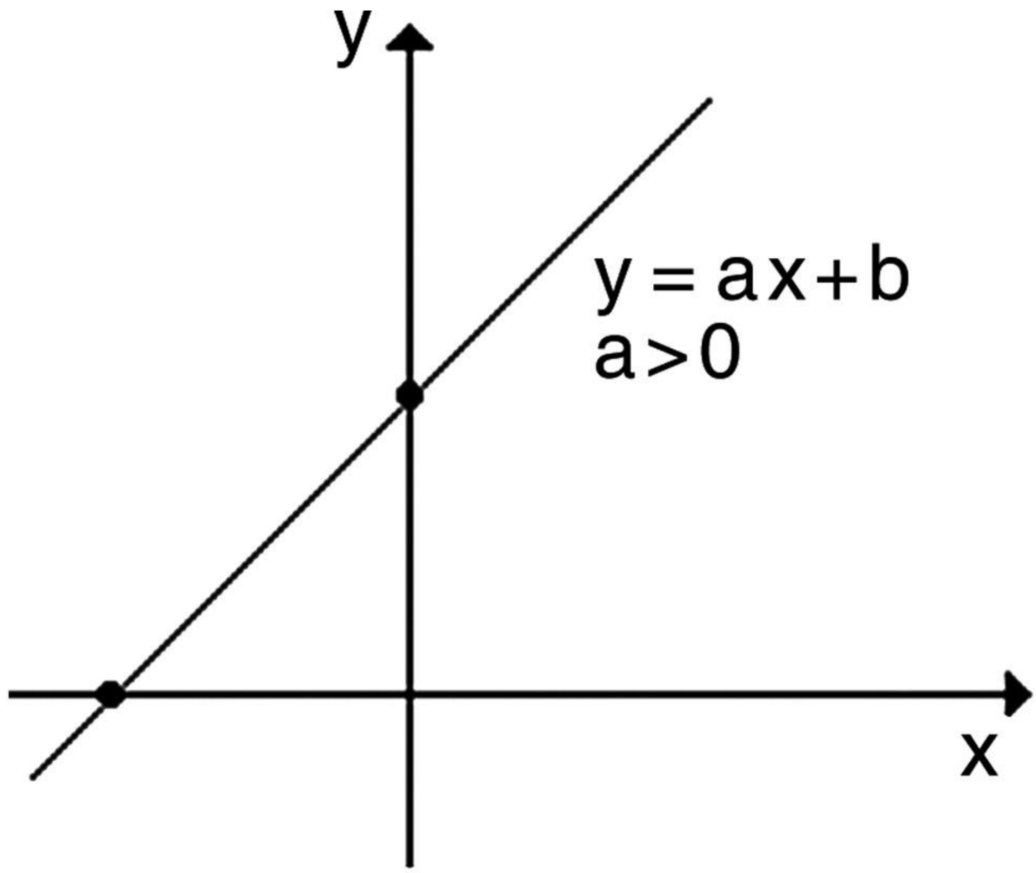
f. $y = -4x - 3{,}2$



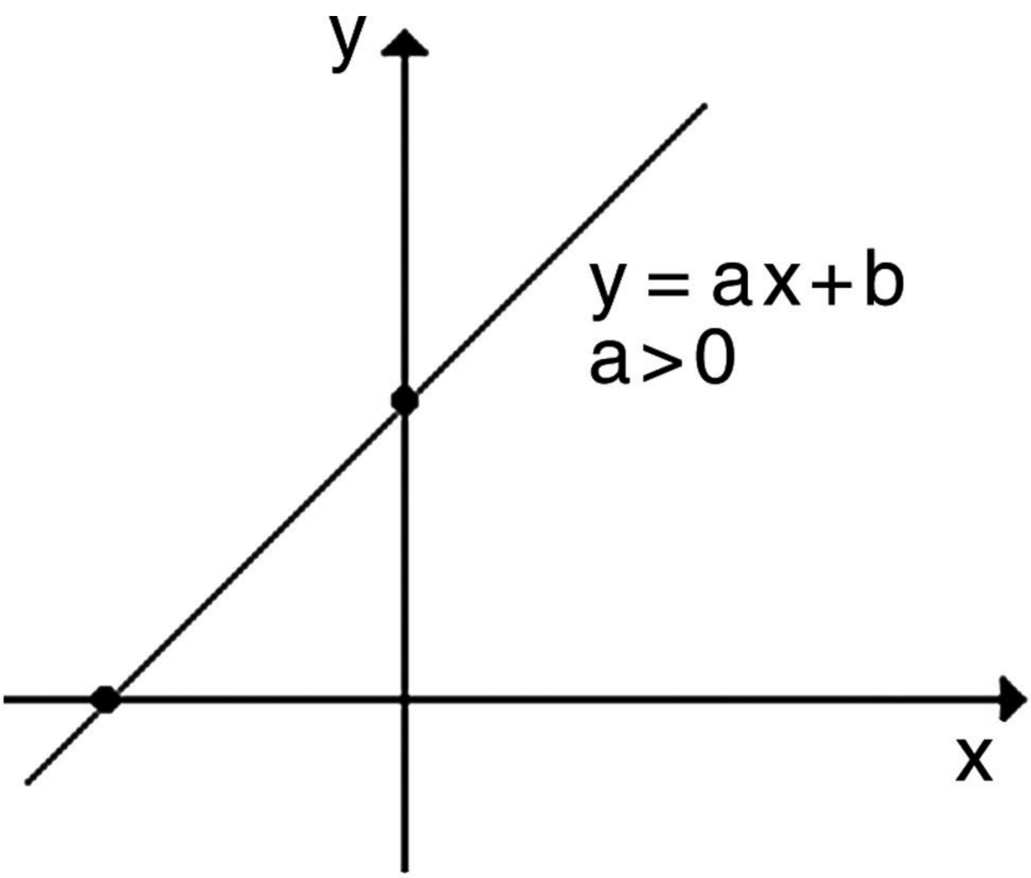
<pág. 50>

Percebeu que nas funções $y = ax + b$, quando $a > 0$, ou seja, positivo a função é crescente e quando $a < 0$, ou seja, negativo a função é decrescente?

Função crescente



Função decrescente



Importante

Uma função f é crescente se, dados dois valores x1 e x2 do seu domínio tais que x1< x2, temos que f(x1) < f(x2). A função f será decrescente se, dados dois valores x1 e

x2 do seu domínio tais que x1< x2, temos que f(x1) > f(x2).

******

Saiba Mais

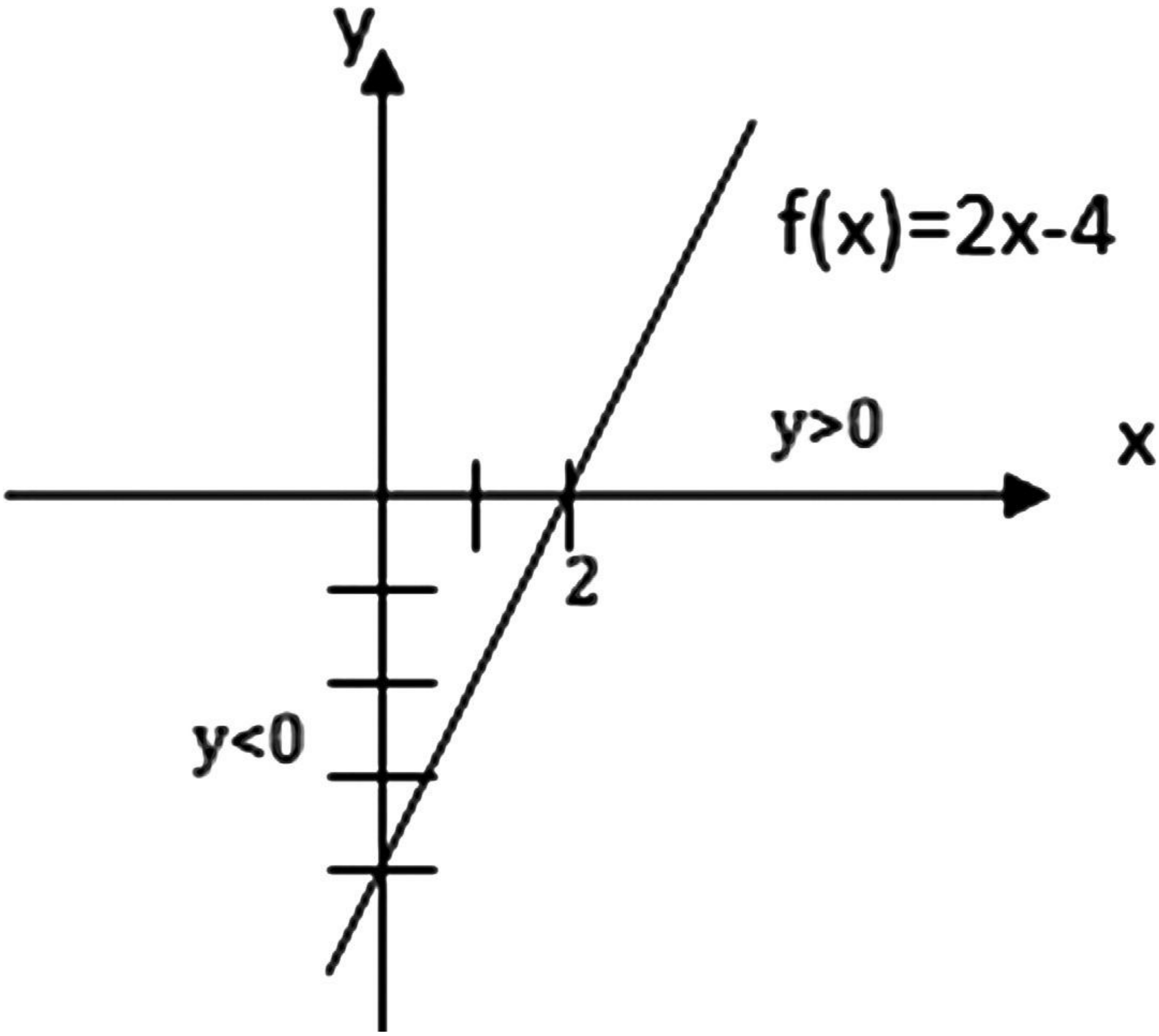
Em certos problemas, estamos interessados em saber se uma função assume valores positivos ou negativos. Estudar o sinal de uma função significa dizer quais são os valores de x que tornam f(x) > 0, f(x) = 0 ou f(x) < 0. Graficamente, é possível estudar o sinal de uma função. A parte do gráfico que se encontra acima do eixo x é formada por pontos cujas ordenadas são positivas, isto é, para valores de x que são abscissas de pontos situados acima do eixo x a função assume valores positivos. Analogamente, a parte do gráfico que se encontra abaixo do eixo x é formada por pontos cujas ordenadas são negativas. No exemplo a seguir, podemos identificar que: $y>0$, se $x>2$ $y=0$, se $x = 2$ (zero da função) $y<0$, se $x<2$

******

<pág. 51>

Saiba Mais

Analisando o sinal da função, você consegue saber que valores são positivos, nulo ou negativos, o que pode auxiliá-lo a resolver muitos problemas principalmente os relacionados à inequação. Você vai estudar esse assunto mais adiante.



******

Atividade 5
Estude o sinal das funções reais definidas por: a. $f(x) = 2x - 4$ b. $g(x) = -5x - 12$
******

<pág. 52>

Seção 3

Mãos à obra!

Até agora, aprendemos a identificar, interpretar e determinar algumas características do gráfico da função afim.

Considere a função real definida por $f(x) = 3x - 6$. Vamos construir o seu gráfico, seguindo o seguinte roteiro:

PASSO 1: Analisar a taxa de variação e identificar se a função é crescente ou decrescente.

A função é $f(x) = 3x - 6$. Logo, a taxa de variação é igual a 3. Como o valor da taxa de variação é positivo, ou seja, maior que zero, podemos afirmar que a função é crescente.

PASSO 2: Como o gráfico da função afim é uma reta, precisamos descobrir apenas dois pontos, uma vez que dois pontos distintos determinam uma única reta.

Então vamos encontrar dois pontos que pertençam ao gráfico da função.

Neste exemplo, vamos encontrar o valor da função para $x = 0$ e para $x = 2$.

Você poderia escolher outros valores.

Considerando x = 0, temos que f(0) = 3(0) - 6 = -6.

Para x= 2, temos que f(2) = 3.(2) - 6 = 0.

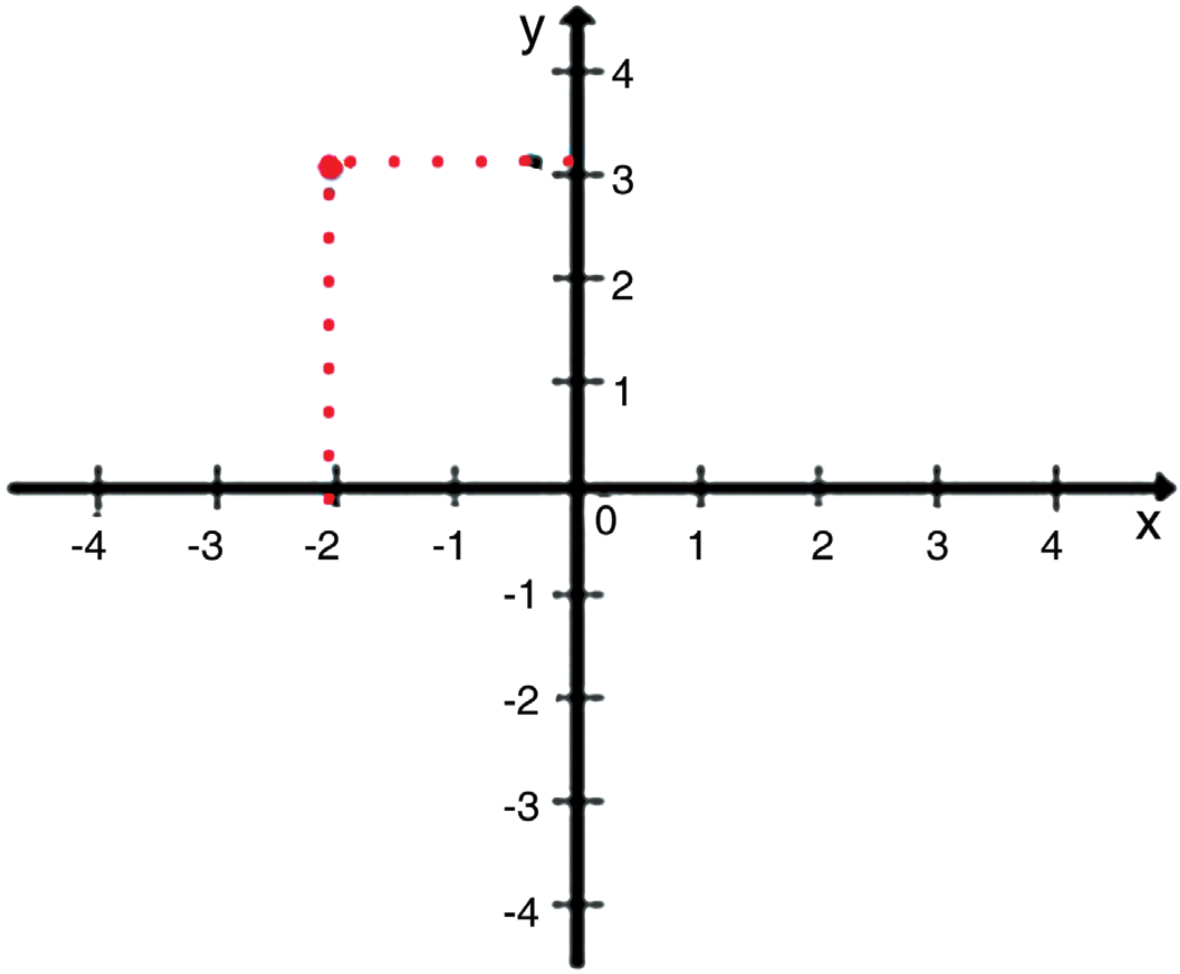
PASSO 3: Construindo o gráfico

Dos passos anteriores, sabemos que:

1. **A função é crescente**
2. **Os pontos (0, -6) e (2,0) pertencem ao gráfico da função f.**

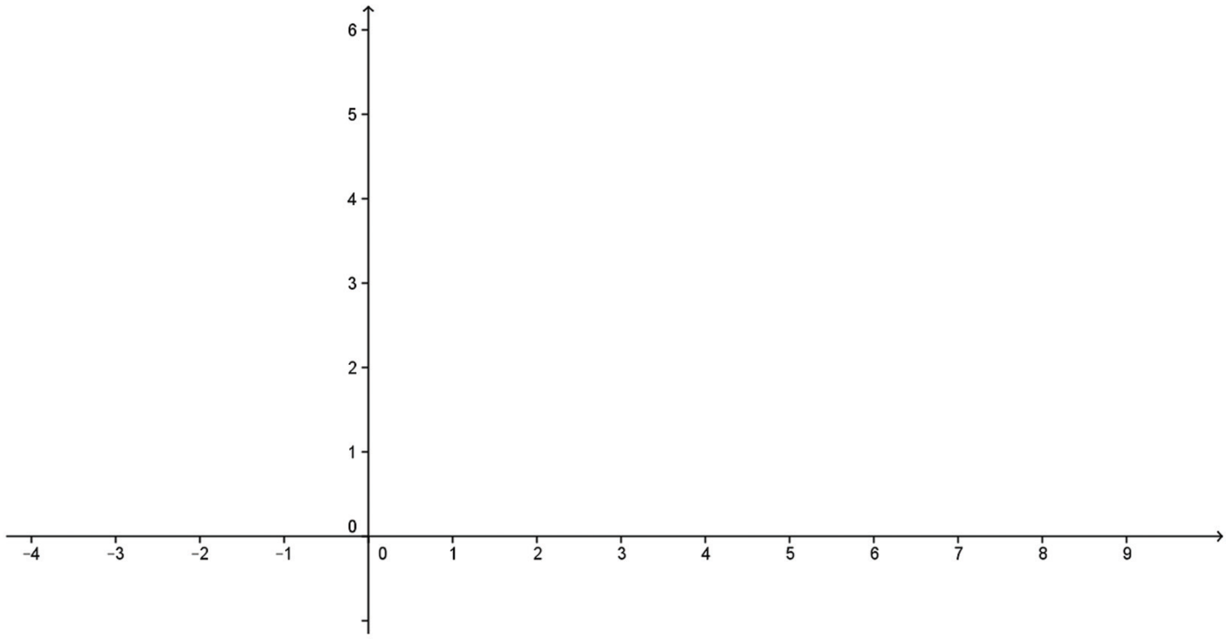
Saiba Mais

No plano cartesiano, cada ponto do plano está associado a dois números reais. O primeiro representará o valor do eixo das abscissas (x) e o segundo, o valor do eixo das ordenadas (y), determinando, dessa forma, um ponto nesse plano. Assim o ponto ilustrado no gráfico ao lado é a representação do par ordenado (-2,3).



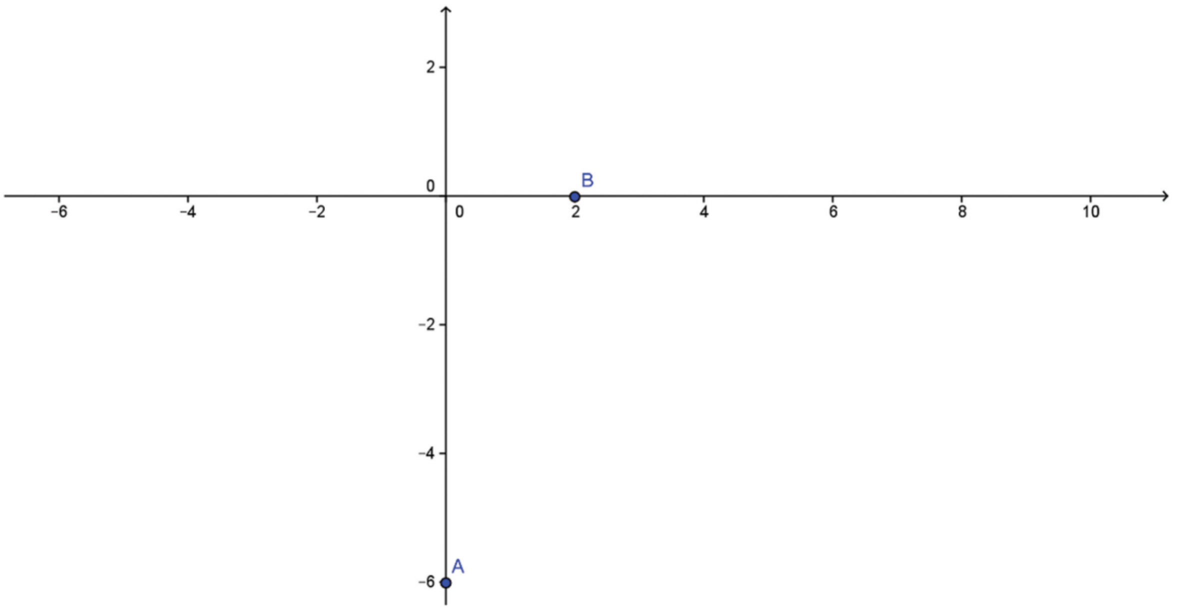
******

PASSO 4: Para construímos a representação gráfica de uma função, primeiro devemos traçar os eixos das abscissas e das ordenadas.

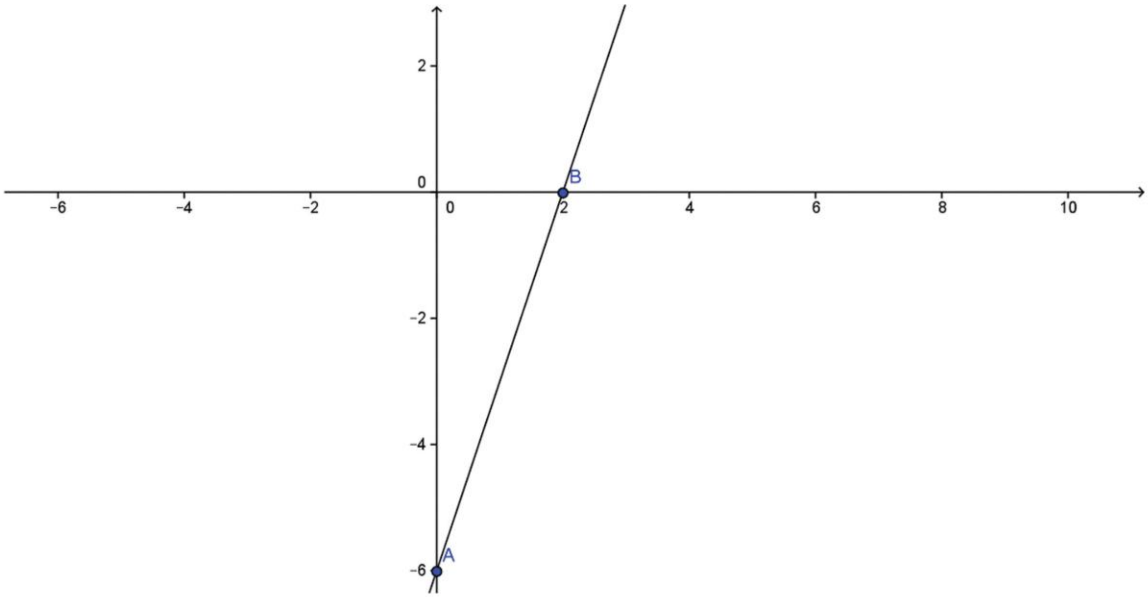


<pág. 54>

PASSO 5: Agora basta marcamos os pontos encontrados no passo 2, ou seja, (0,-6) e (2,0).



PASSO 6: E para finalizar unimos os pontos marcados, construindo uma reta que passa por eles.



<pág. 55>

Mas será que sempre devemos traçar uma reta ligando os dois pontos? Depende da situação-problema proposta.

Para avançamos em nosso estudo de gráficos, convido você a relembrar um exemplo que vimos na unidade anterior a essa. O

Buffet que Ana contratou para o aniversário de sua filha. Relembre o caso conosco.

Ana quer comemorar o aniversário de sua filha com um buffet que cobra por uma festa infantil R$ 500,00 fixos e R$ 30,00 por pessoa. Ana tem 80 convidados e fez uma reserva de R$ 3.200,00 para gastar com o buffet. Ana pode contratar esse buffet? Aliás, com esse valor, qual a quantidade máxima de pessoas que ela pode convidar? (...)

Imagine, então, que você é dono desse buffet e para facilitar a visualização de seus clientes, você resolve construir um gráfico que mostra como o orçamento da festa varia de acordo com a quantidade de pessoas. Como você faria essa construção?

Vamos construir o gráfico da função f(x) = 30x + 500, que representa, como já vimos, o valor da festa da festa infantil, cobrada por esse *buffet*, em função do número de convidados.

A função é f(x) = 30x + 500. Logo, a taxa de variação: é igual a 30. Como o valor da taxa de variação é positivo, ou seja, maior que zero, podemos afirmar que a função é crescente.

Neste exemplo, vamos encontrar o valor da função, quando x = 0 e quando x =80 que são valores importantes para o problema. Vamos entender agora o porquê da escolha desses valores.

Considerando x = 0, temos que f(0) = 30(0) + 500 = 500. Esse resultado mostra que o valor fixo cobrado pelo *buffet* é de R$ 500,00.

Quando x= 80 (número de convidados de Ana), temos que f(80) = 30(80) + 500 = 2.900. Com esse resultado, podemos concluir que o

buffet **cobra R$ 2.900,00 para realizar uma festa infantil para 80 convidados.**

Agora basta marcamos os pontos (0,500) e (80,2900).

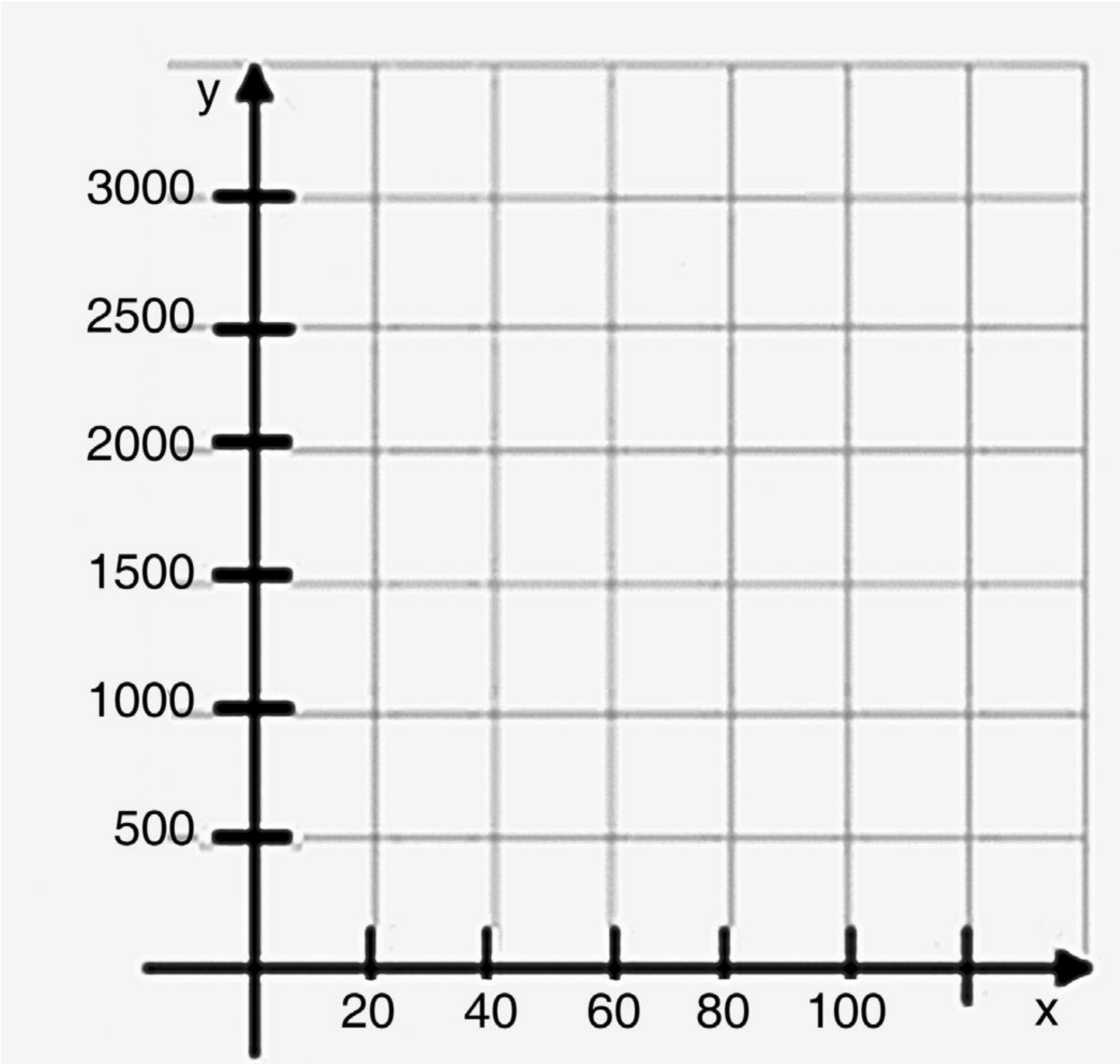


Figura 7: Marcação dos pares ordenador (0,500) e (80, 2900).

Note que, nesse exemplo, x assume somente valores inteiros maiores ou iguais a zero, uma vez que representa o número de convidados. Nesse caso, teríamos um conjunto discreto de pontos alinhados. Não teríamos uma reta como no nosso primeiro exemplo.

Os pontos que fazem parte do gráfico dessa função seriam: (0,500), (1,530), (2,560), (3,590), ...

Dessa forma, vemos que observar o conjunto de

valores que x pode assumir é importante para a construção do gráfico de uma função.

Dispondo dessa representação gráfica, você como dono do *buffet*, pode auxiliar seus clientes de modo rápido e prático a calcular o custo de cada festa em função do número de convidados.

<pág. 57>

Agora é sua vez de construir o gráfico de um outro problema, visto na

unidade anterior. Mãos à obra!

Atividade 6

Lembra-se do Silvio que conhecemos na unidade anterior? O vendedor de uma loja de colchões e cujo salário é de 1000 reais fixos mais uma comissão de 60 reais por colchão vendido? Imagine que você é gerente do Sílvio e quer construir o gráfico que representa o salário de Silvio para incentivá-lo a vender mais. Lembre-se o salário de Sílvio é dado por S(c) = 1000 + 60c, e que o número de colchões vendidos deverá

ser representado por um número inteiro, maior ou igual a zero, e por isso, os pontos obtidos não poderão ser ligados!

****

Seção 4
Observando gráficos. Enxergando funções.

Nesta seção, vamos percorrer o sentido inverso ao que tomamos durante as seções anteriores, onde partimos da função afim para a interpretação, classificação e construção de seu gráfico. Agora vamos verificar que a partir da

análise cuidadosa das informações apresentadas em um gráfico, é possível chegar a várias conclusões. Uma delas é encontrar a função que descreve aquela representação gráfica.

<pág. 58>

Para trabalharmos esse novo olhar, suponha que você pegou um empréstimo de 100 Reais no banco. Ao retirar o dinheiro, seu gerente entregou um gráfico (Figura 9), representando o valor devido ao longo dos meses que o dinheiro permanecerá emprestado.

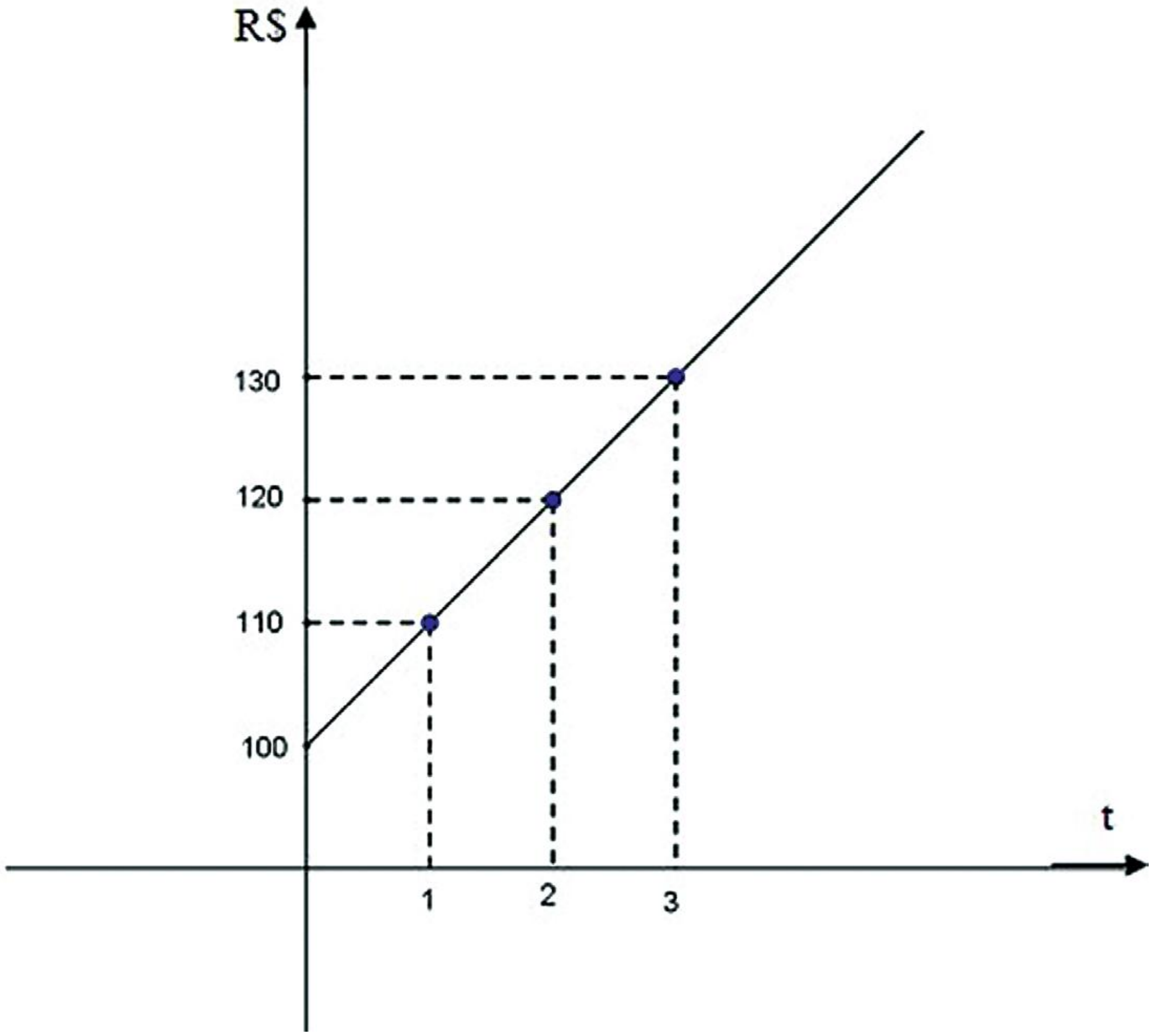


Figura 9: Valor da dívida (em R$) em função do tempo (t em meses).

De quanto será a dívida se você permanecer com o dinheiro durante 8 meses?

<pág. 59>

Uma maneira para resolver esse problema, é descobrir a função que determina esse gráfico. Veja o passo a passo de como podemos fazer isso.

PASSO 1: Identificar dois pontos que pertençam ao

gráfico e por consequência à função que o determina:

1º ponto: Tempo = 0, Valor = 100

2º ponto: Tempo = 1, Valor = 110

Importante
Basta encontrar dois pontos, pois assim teremos apenas duas incógnitas para encontrar. Substituindo os valores dos pontos (x1,y1) e (x2, y2) encontrados no gráfico, teremos de encontrar os valores de a e b, para determinar a função afim f(x) = ax + b.
****

PASSO 2: Montar um sistema de equações, substituindo os valores dos pontos na função, ou seja, em f(x) = ax + b.

Considerando o primeiro ponto que identificamos no gráfico, temos que, quando o tempo é zero (ou seja, antes de completar 1 mês de empréstimo), o valor do empréstimo é de 100 reais (valor inicial). Substituindo os valores de x e y na função concluímos que:

$$f(x) = ax + b,$$

$$f(0) = a(0) + b$$

$$100 = a(0) + b$$

Da mesma forma, considerando o segundo ponto que reconhecemos no gráfico, temos que quando o tempo é igual a 1 mês o valor cobrado pelo empréstimo passa a ser igual a 110 reais. Substituindo os valores de x e y na função concluímos que:

$$f(x) = ax + b,$$

$$f(1) = a(1) +b$$

$$100 = a(1) + b$$

Reescrevendo as funções encontradas, temos o seguinte sistema de equações:

1ª equação $\rightarrow 100 = 0a + b$

2ª equação $\rightarrow 110 = 1.a + b$

<pág. 60>

PASSO 3: Resolver o sistema

$100 = 0.a + b$

então:

$100 = 0 + b$

$b = 100$

Importante
Com esse resultado, encontramos o valor do coeficiente linear da função (b). Esse coeficiente representa o valor numérico por onde a reta passa no eixo das ordenadas.
****

Substituindo o valor de b na 2a equação:

$110 = 1.a + b$

$110 = 1.a + 100$

$110 = a + 100$

$110 – 100 = a$

$a = 10$

Descobrindo o valor do coeficiente a, encontramos,na verdade, a taxa de variação da função.

PASSO 4: Montar a função que representa a variação do valor empréstimo (f(t)) em relação ao tempo (t).

$f(t) = at + b$

Substituindo os valores de *a* e *b,* encontrados no passo 3, encontramos a função

representada no gráfico da Figura 9.

$f(t) = 10t + 100$

Agora que conseguimos descrever a função que fundamenta o gráfico, podemos responder à pergunta feita inicialmente: “De quanto será a dívida, se você permanecer com o dinheiro durante 8 meses?”

PASSO 5: Para encontrar o valor que será cobrado pelo empréstimo, após 8 meses, basta substituirmos o valor da variável tempo na função $f(t) = 10t + 100$. Nesse caso, $t = 8$.

<pág. 61>

$f(t) = 10t + 100$

$f(8) = 10.(8) + 100$

$f(8) = 80 + 100 = 180$

Com auxílio desses passos, você pode concluir que no 8o mês a dívida será de 180 Reais.

Atividade 7

Pesquise um gráfico de uma função afim em jornais, Internet, revista e descubra a função que o gráfico representa.
******

Como vimos, o gráfico é um recurso muito utilizado

em jornais, revistas e Internet.

Agora, para terminarmos, algumas perguntinhas para você sobre a reportagem do início da unidade:

O gráfico do início da unidade representa uma função afim?

Conseguiu perceber que a população no Brasil estava com peso normal em 1980 e em 2008 a população estava acima do peso?

Resumo

O gráfico que representa a função afim é uma reta.

Na função $f(x) = ax + b$, o gráfico é crescente se $a>0$ e decrescente se $a<0$.

Seguindo apenas cinco passos simples, podemos construir o gráfico de uma função afim. Veja a seguir.

PASSO 1: Analisar a taxa de variação (valor do coeficiente a) e identificar se a função é crescente ou decrescente;

PASSO 2: Encontrar dois pontos que pertençam à função;

PASSO 3: Construímos os eixos das abscissas e das ordenadas;

PASSO 4: Marcamos os pontos;

<pág. 62>

PASSO 5: Unimos os pontos marcados, construindo uma reta.

Veja a seguir o passo a passo para determinar a lei que determina o gráfico de uma função afim.

PASSO 1: Identificar dois pontos que pertençam ao gráfico e por consequência à função que o determina;

PASSO 2: Montar um sistema de equações,

substituindo os valores dos pontos;

PASSO 3: Resolver o sistema;

PASSO 4: Montar a função.

Veja ainda

Acessando o site http://math.exeter.edu/rparris/peanut/Explorando%20Winplot%20-%20Vol%201.pdf, você tem um passo a passo para a construção de gráficos, utilizando o software Winplot.

O winplot é uma ferramenta importante e pode ser útil quando você

precisar construir gráficos e puder utilizar o computador.

Referências

ALMEIDA, Nilze de; DEGENSZAJN, David; DOLCE, Osvaldo; IEZZI, Gelson; PÉRIGO, Roberto. Matemática Ciência e Aplicações 1. Segunda Edição. São Paulo: Atual Editora, 2004.157p.

BOYER, Carl B. História da Matemática. São Paulo: Editora Edgard Blücher, 1996.

CARVALHO, Paulo Cezar Pinto; LIMA, Elon Lages;

MORGADO, Augusto César; WAGNER, Eduardo. Temas e Problemas. Terceira Edição. Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática, 2001. 193 p

_________A Matemática do Ensino Médio Volume 1. Sétima Edição. Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática, 2004. 237 p.

DANTE, Luiz Roberto. Matemática Contexo e Aplicações Volume 1. Primeira Edição. São Paulo: Editora Ática, 2011. 240p.

FERREIRA, Aurélio Buarque de Holanda. Novo Aurélio Século XXI: o

dicionário da língua portuguesa. Quinta Edição. Rio de Janeiro: Editora Nova Fronteira, 1999. 2128 p.

<pág. 64>

Respostas das atividades

Atividade 1

a. Falso. A largura é em centímetros, mas a idade em semanas e não em anos.

b. Verdadeiro

c. Verdadeiro

d. Falso. A largura é menor que 100 cm.

Atividade 2

Feminino Os gráficos são representados por retas. Homens 30% e mulheres 50% aproximadamente

Atividade 3

a. crescente

b. decrescente

c. decrescente

d. crescente

e. crescente

f. decrescente

Atividade 4

a.

$f(x) > 0 \rightarrow 2x - 4 > 0 \rightarrow x > 2$

$f(x) = 0 \rightarrow 2x - 4 = 0 \rightarrow x = 2$

$f(x) < 0 \rightarrow 2x - 4 < 0 \rightarrow x < 2$

b.

$g(x) > 0 \rightarrow -5x - 12 > 0 \rightarrow x < -12/5$

$g(x) = 0 \rightarrow -5x - 12 = 0 \rightarrow x = -12/5$

$g(x) < 0 \rightarrow -5x - 12 < 0 \rightarrow x > -12/5$

<pág. 65>

Atividade 5

Construir o gráfico da função $S(c) = 1000 + 60c$

PASSO 1: A função é S(c) = 60c + 1000

Taxa de variação: 60

Como 60>0, ou seja, é positivo, podemos afirmar que a função é crescente.

PASSO 2: Escolheremos os pontos onde c = 0 e c = 10

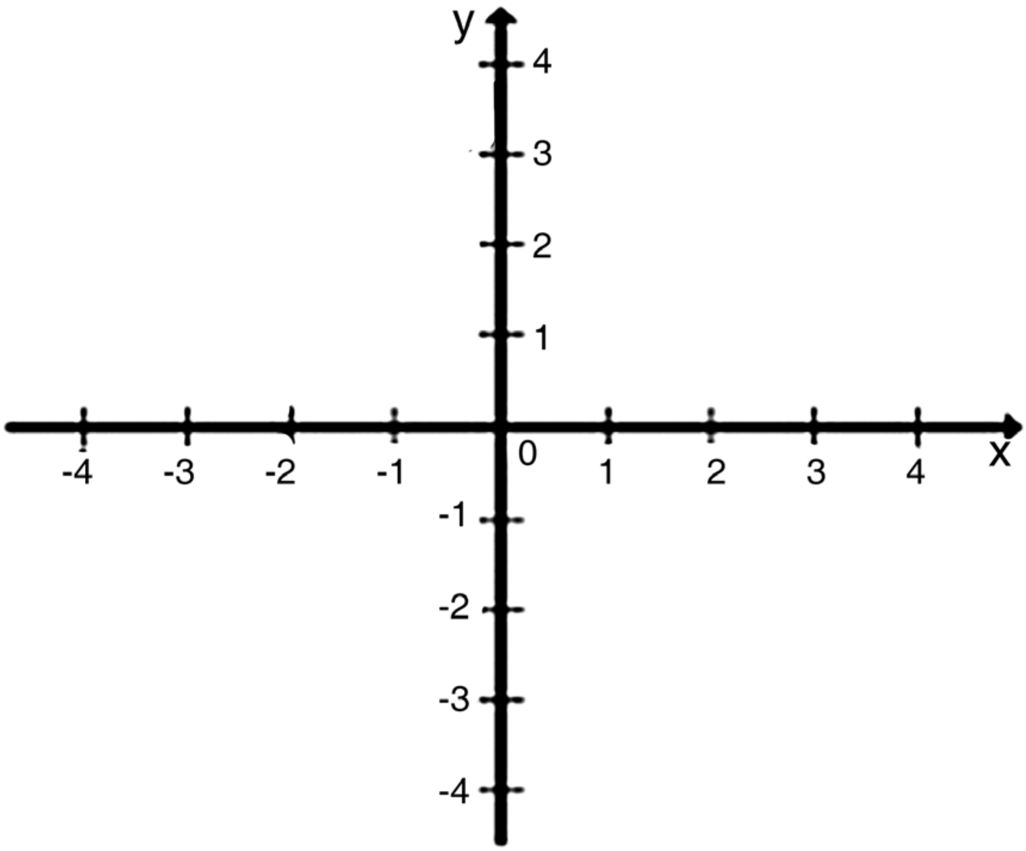
C	S(c)
0	60.0 + 1000 = 0 + 1000 = 1000
10	60.10 + 1000 = 600 + 1000 = 1600

PASSO 3: Dos passos anteriores, sabemos que:

A função é crescente

Os pontos c =0, y = 1000 e c = 10, y = 1600 pertencem à função e por consequência ao gráfico.

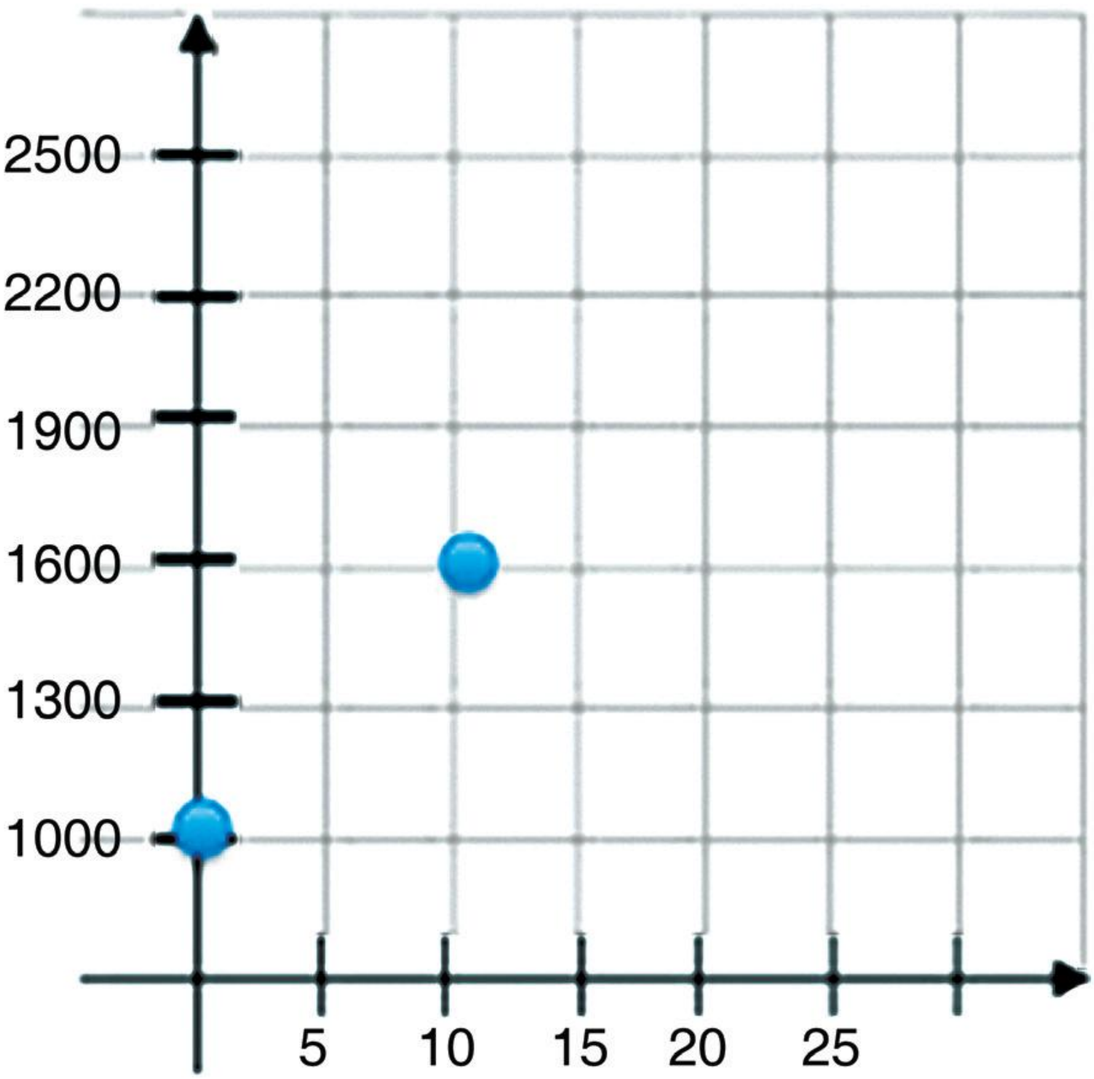
PASSO 4:



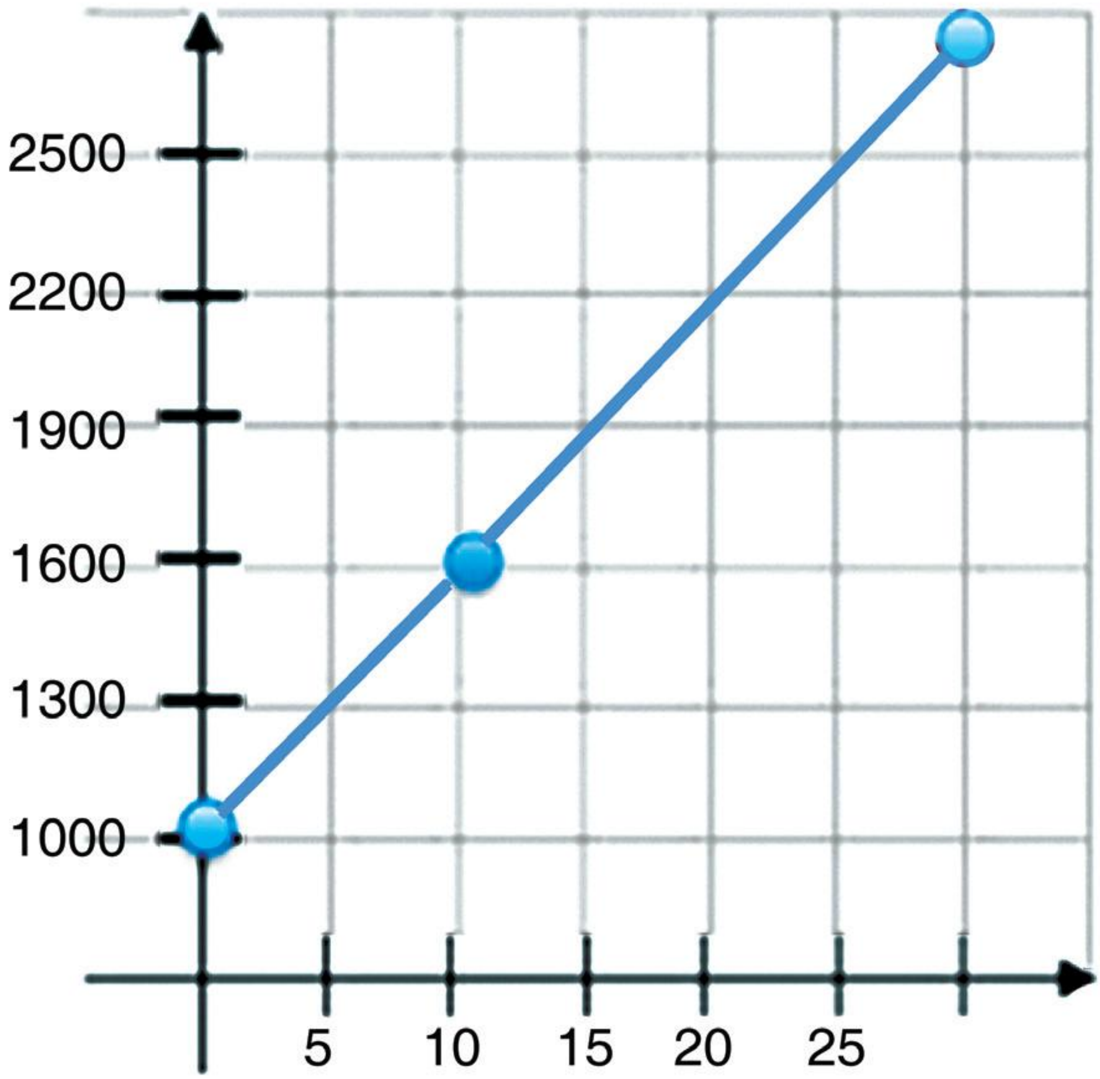
Atividade 6

PASSO 5: Marcamos os pontos

(0,1000) e (10,1600)



PASSO 6:



<pág. 67>

Atividade 7

Resposta pessoal.

<pág. 69>

O que perguntam por aí?

(UERJ)

Em uma partida, Vasco e Flamengo levaram ao Maracanã 90.000 torcedores. Três portões foram abertos às 12 horas e até às 15 horas entrou um número constante de pessoas por minuto. A partir desse horário, abriram-se mais 3 portões e o fluxo constante de pessoas aumentou. Os pontos que definem o número de pessoas dentro do estádio em função do horário de

entrada estão contidos no gráfico abaixo:

Quando o número de torcedores atingiu 45.000, o relógio estava marcando 15 horas e:

(A) 20 min

(B) 30 min

<pág. 70>

(C) 40 min

(D) 50 min

Resposta: B

Solução comentada: Até 15 horas e depois das 15 horas a entrada de torcedores é dada através de funções afim crescentes. Antes das 15h, a função cresce com menor rapidez e após as 15h com maior rapidez.

PASSO 1:

1º ponto: Tempo = 15, Torcedores = 30000

2^{o} ponto: Tempo = 17, Valor = 90000

PASSO 2:

1a equação ⟶ 30000 = 15.a+ b

2a equação ⟶ 90000 = 17.a + b

PASSO 3:

90000 = 17a+ b

30000 = 15a + b

então, utilizando o método da adição, temos:

60000 = 2a

a = 30000

substituindo o valor de a na segunda equação, temos:

30000 = 15.30000 + b

30000 = 450000 + b

b = 30000 – 450000

b = - 420000

PASSO 4:

f(x) = ax + b

f(x) = 30000x – 420000

<pág. 71>

PASSO 5:

Encontrar o valor quando y = 45000

45000 = 30000x - 420000

45000 + 420000 = 30000x

465000 = 30000x

x = 15,5

O número de torcedores atingiu 45000, quando o relógio atingiu 15,5h (15h + 0,5h), ou seja, 15 e 30 minutos.

<pág. 73>

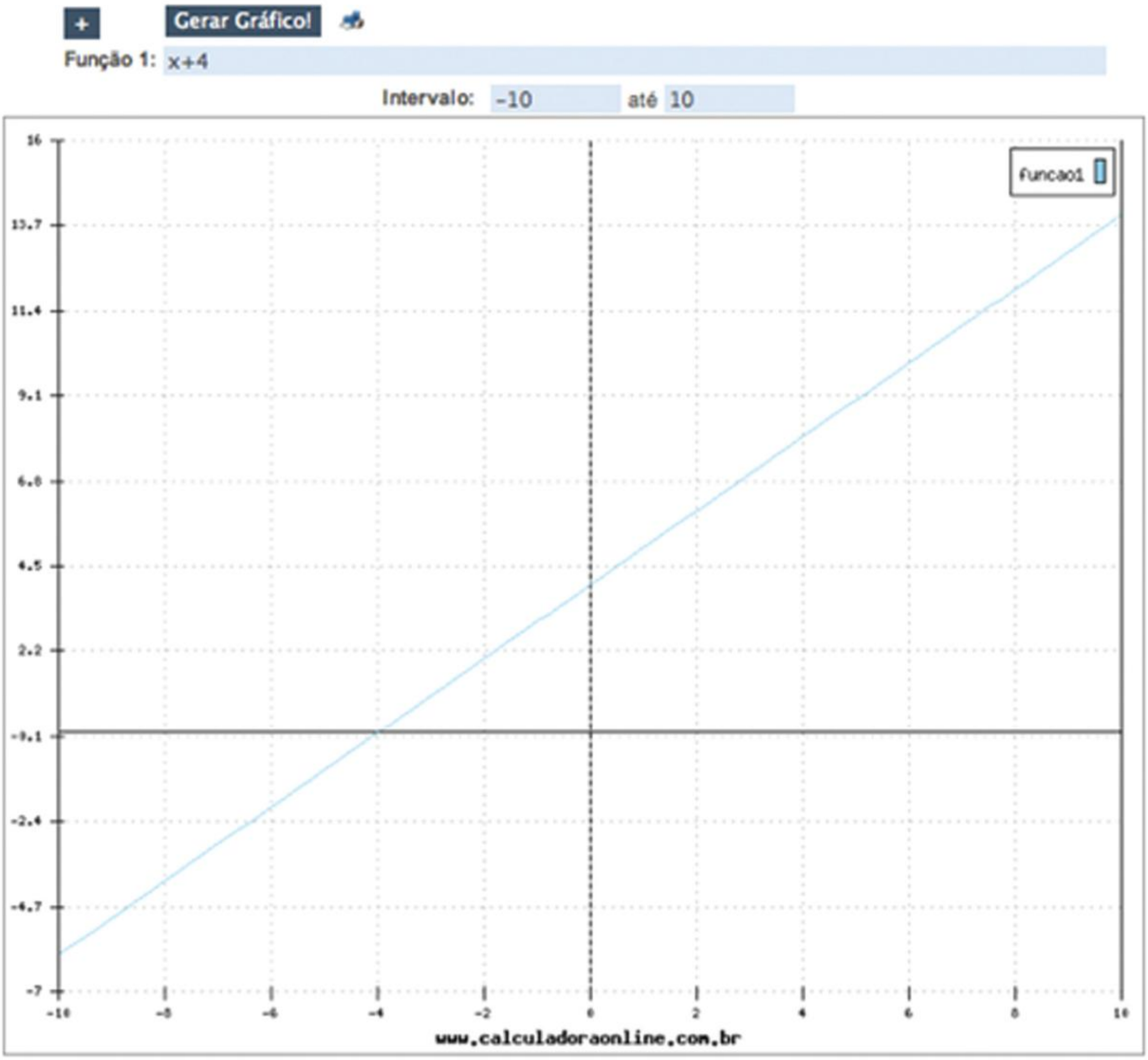
Caia na rede !

Gostaria de construir gráficos on line? Então, acesse o site http://www.calculadoraonline.com.br/grafica

Basta digitar a função que você deseja, definir o

intervalo e clicar em gerar gráfico.

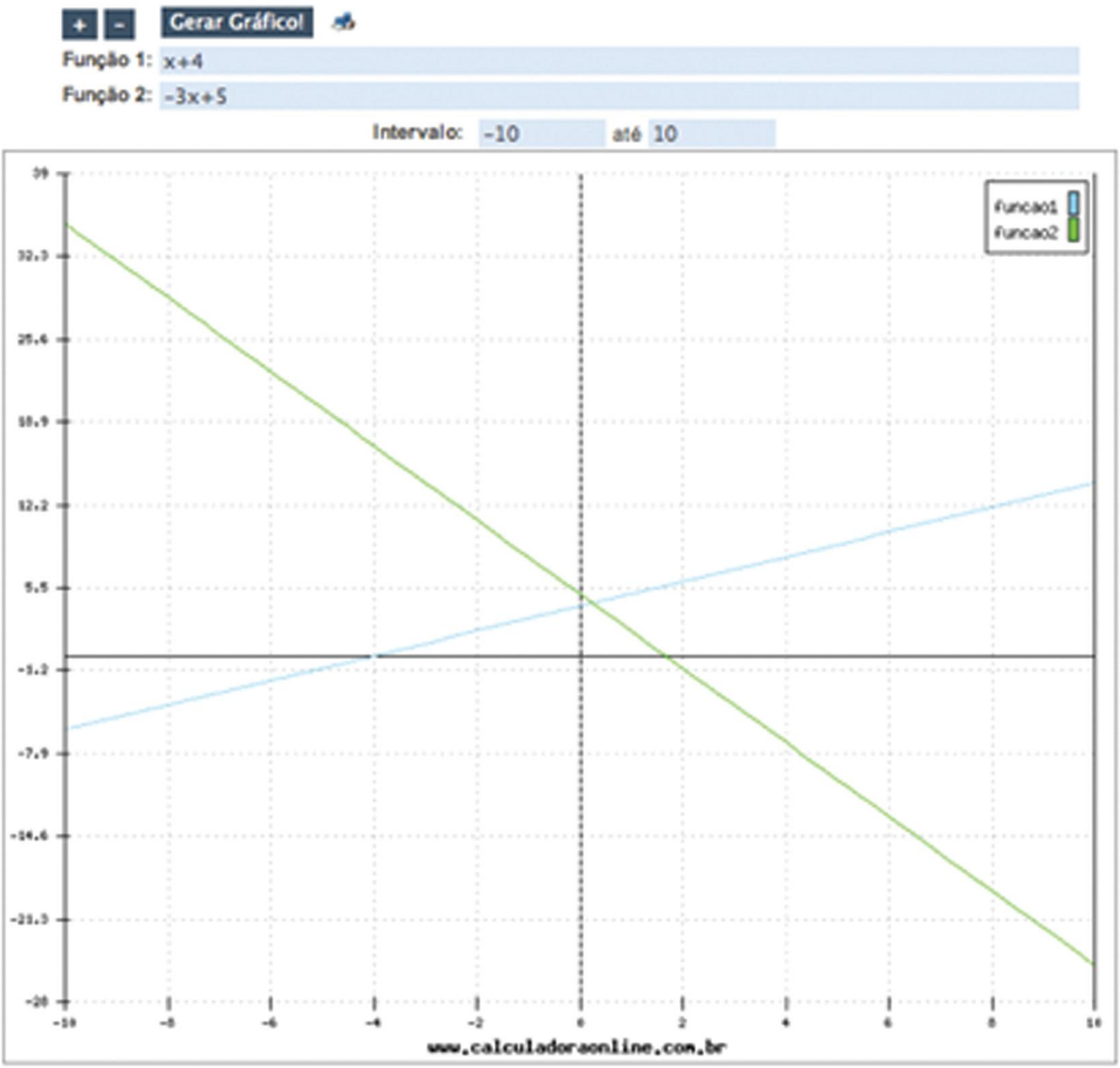
Em instantes, o programa gera o gráfico para você.



<pág. 74>

Você pode, ainda, fazer o gráfico de outra função.

Em seguida, gerar o gráfico da função 2:



Você pode adicionar até 10 funções diferentes e gerar seus gráficos.

Unidade 16

<pág. 75>

Função Polinomial do 2° grau

Para início de conversa...

A função é um grande instrumento de modelagem de fenômenos físicos e situações cotidianas como foi visto em unidades anteriores. Um tipo de função muito usada é a função polinomial do 2° grau com a qual trabalharemos nesta unidade.

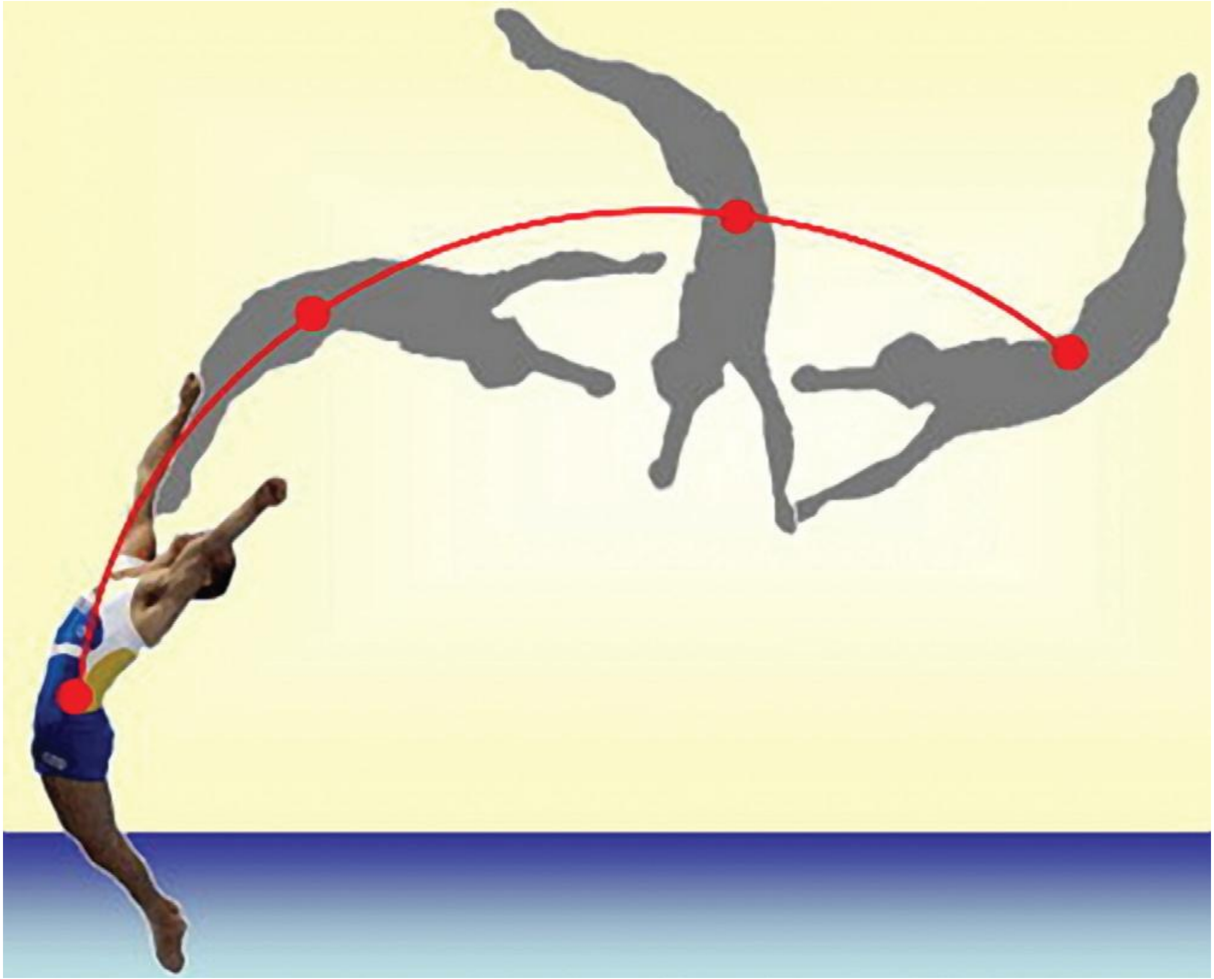


Figura 1: Em muitos movimentos da ginástica de solo, o atleta descreve uma trajetória parabólica.

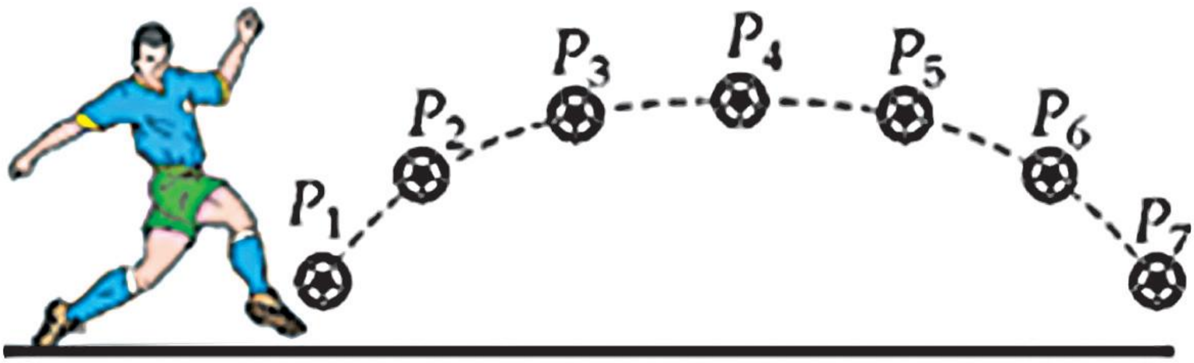


Figura 2: Em vários lances de uma partida de futebol, a trajetória do movimento da bola é uma parábola.

<pág. 76>

Figura 3: A antena parabólica possui um formato de um paraboloide de revolução, este obtido pela rotação de uma parábola em torno de seu eixo.

Objetivos de aprendizagem

. Consolidar conhecimentos obtidos no Ensino Fundamental II, como resolver equações do 2° grau.

. Conceituar função polinomial do 2° grau.

. Determinar a lei de formação de uma função polinomial do 2° grau.

. Determinar a imagem de elementos do domínio de uma função polinomial do 2° grau

. Utilizar a função polinomial do 2° grau para resolver problemas

. Avaliar proposta de intervenção na realidade, utilizando conhecimentos geométricos relacionados a grandezas e medidas.

<pág. 77>

Seção 1

Modelando um problema

É importante para uma indústria, empresa, fábrica etc. saber modelar alguns problemas que lhes informem sobre custo mínimo, receita máxima, lucro máximo, formato de objetos que devem ser produzidos, dentre outras questões. Vejamos um exemplo de situação-problema que envolve cálculo de áreas.

Situação Problema

Marlise possui uma fábrica que produz molduras para várias lojas. Após uma análise, descobriu-se que para utilizar o máximo das

ripas de madeira, sem ter cortes desnecessários, era melhor fazer quadros de formatos quadrados. Ela precisa dessas ripas para fazer molduras para quadros de medidas iguais a: 10x10 cm, 15x15 cm, 20x20 cm, 25x25 cm, 30x30 cm e 35x35 cm. Além disso, ela deseja que as molduras tenham 2 cm de largura, ou seja, quer que as ripas de madeira tenham 2 cm de largura. Quais devem ser os comprimentos destas ripas? Após alguns cálculos, Marlise chegou a seguinte conclusão: "As ripas de madeira devem ter os

seguintes comprimentos: 50 cm, 70 cm, 90 cm, 110 cm, 130 cm e 150 cm, respectivamente".

Mas como Marlise chegou a esta conclusão? Ficou curioso? Resolveremos este problema mais tarde. Antes precisamos trabalhar alguns conceitos importantes.

Seção 2

Revendo equações do 2° grau

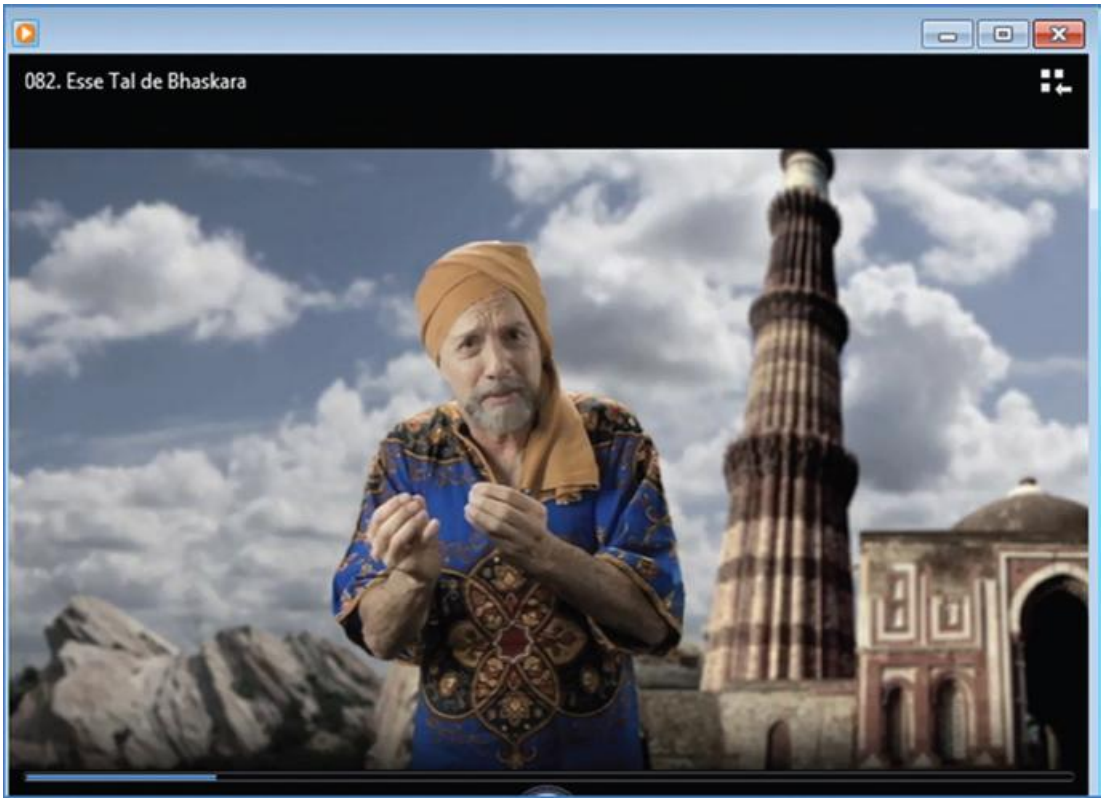
É importante lembrarmos como se determinam as raízes de uma equação do 2° grau, ou seja, uma equação do tipo 2 0, com 0 $ax^2 + bx + c = 0$, com $a \neq 0$.

Está confuso com tantas letras? Vamos dar um exemplo, para você entender.

Geralmente, usamos a fórmula de determinação das raízes de uma equação do 2° grau, conhecida pelo nome de Fórmula de Bhaskara:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$, em que

$$\Delta = b^2 - 4ac.$$



Exemplo 2.1:

$x^2 - 8x + 15 = 0$

Como a = 1, b = –8 e c = 15, temos

$$x = \frac{8 \pm \sqrt{4}}{2 - 1} = \frac{8 \pm 2}{2},$$

ou seja, as raízes são $x_1 = 5$ e $x_2 = 3$.

Exemplo 2.2:

$x^2 + 3x + 1 = 0$

Como a = 1, b = 3 e c = 1, temos $\Delta = 3^2 - 4.1.1 = 9 - 4 = 5$, substituindo estes valores na Fórmula de Bhaskara, temos:

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{5}}{2 - 1} = \frac{-3 \pm \sqrt{5}}{2},$$

ou seja, as raízes são x =

$$x_1 = \frac{-3 + \sqrt{5}}{2} \text{ e } x_2 = \frac{-3 - \sqrt{5}}{2},$$

As equações anteriores, que apresentam os coeficientes *b* e *c* diferentes de zero são chamadas de equações do 2º grau completas.

No entanto, algumas equações do 2° grau são da forma incompleta, ou seja, apresentam o coeficiente *b* = 0 ou o coeficiente *c* = 0. Neste caso, podemos resolver estas equações sem utilizar a fórmula descrita anteriormente. Vejamos alguns exemplos:

Exemplo 2.3:

$x^2 - 5x = 0$

Colocando *x* em evidência, temos:

$x(x - 5) = 0$

Repare que conseguimos reescrever o primeiro membro como produto de dois fatores (o fator *x* está multiplicando o fator *x*−5). Como este produto é igual a zero, isto significa que o 1° fator é zero ou o 2° fator é zero. Assim temos:

$x = 0$ ou $x - 5 = 0$

Logo, as raízes são $x_1=0$ ou $x_2=5$.

Observação: Devemos tomar muito cuidado ao resolver esta equação, pois

não podemos proceder da seguinte forma:

$x^2=5x$ (“isolar o termo x2”);

$x=5$ (“dividir ambos os membros da equação por x”).

<pág. 79>

Ao dividirmos os membros por *x*, estamos dividindo os membros dessa equação por zero (já que zero é uma das soluções), o que não é possível.

Exemplo 2.4:

$x^2-4=0$

Notemos que neste caso o que queremos descobrir é um número x tal que seu quadrado menos quatro unidades é igual a zero. Primeiro, qual é o número x^2 que subtraído de quatro unidades é igual a zero? Este número é quatro, ou seja, $x^2=4$. Agora devemos encontrar o número *x* que elevado ao quadrado é igual a quatro. Temos duas possibilidades para *x*, são elas: $x_1=2$ ou $x_2=-2$.

Poderíamos resolver de outra forma. A equação $x^2-4=0$ poderia ser escrita da

forma $(x-2)(x+2)=0$ (fatoramos o polinômio do 1º membro). Dessa forma, repetindo o raciocínio do exemplo 2.3, chegamos às mesmas raízes $x_1=2$ ou $x_2=-2$.

Vejamos mais alguns exemplos de equações em que não precisamos usar a Fórmula de Bhaskara:

Exemplo 2.5:

$$(x-5)^2 = (2x-3)^2$$

Uma pessoa que olhasse apressadamente para esta equação, desenvolveria a diferença de dois quadrados nos dois lados da equação e obteria a equação

$x^2 - 10x + 25 = 4x^2 - 12x + 9$,

que pode ser reduzida à forma

$3x^2 - 2x - 16 = 0$.

Dessa forma, poderíamos resolvê-la usando a Fórmula de Bhaskara.

Como a = 3, b = –2 e c = –16, temos que Δ = 4 - 4 . 3 . (-16) = 196

Assim,

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{196}}{2 \cdot 3} = \frac{2 \pm 14}{6},$$

, isto é, as raízes são

$x_1 = 8$ e $x_2 = -2$

Essa resolução está correta. No entanto, não precisamos de fórmula para resolver esta equação. De maneira geral, os quadrados de dois números são iguais, quando estes dois números são iguais ou quando estes números são simétricos. Veja um exemplo: $(2)^2 = (-2)^2$, pois tanto o quadrado de 2 quanto o quadrado de –2 são iguais a 4. Além disso, é evidente que $(2)^2 = (2)^2$.

Assim, para resolver a equação $(x - 5)^2 = (2x - 3)^2$, temos que considerar duas possibilidades:

1ª possibilidade: as expressões que estão elevadas ao quadrado representam números que são iguais. Logo:

$x - 5 = 2x - 3$

Resolvendo, temos $x = -2$

<pág. 80>

2ª possibilidade: as expressões que estão elevadas ao quadrado representam números que são simétricos. Assim, escrevemos:

$x - 5 = -(2x - 3) \Rightarrow x - 5 = 2x + 3 \Rightarrow x + 2x = 3 + 5 \Rightarrow 3x = 8 \Rightarrow x = \frac{8}{3}$

Concluímos que as raízes desta equação são $x_1 = \frac{8}{3}$ e $x_1 = -2$.

Observação: Alguém poderia tentar extrair a raiz quadrada dos dois lados da equação, mas $\sqrt{x^2} = x$ só é verdadeira para $x \geq 0$. Fazendo desta forma (errada) encontraríamos $x - 5 = 2x - 3$, o que resulta em $x = -2$. Ou seja,

encontraríamos apenas uma das raízes.

Exemplo 2.6:

$$(x - 3)^2(x - 5) = 0$$

Repare que se desenvolvermos o quadrado da diferença de dois termos e depois aplicarmos a propriedade distributiva, isto resultaria em uma equação de 3° grau. Poderíamos usar o mesmo raciocínio empregado no Exemplo 2.3, isto é, o produto de dois números é zero, quando pelo menos um dos fatores é igual a zero. Assim, temos duas possibilidades:

1ª possibilidade

$(x - 3)^2 = 0$

O único número cujo quadrado é zero é o próprio zero, ou seja

$x - 3 = 0.$

Assim, uma das raízes é $x = 3$.

2ª possibilidade:

$x - 5 = 0$

A outra raiz é $x = 5$.

Exemplo 2.7:

$(3x - 5)^2 = 36$

Neste caso, não precisamos desenvolver o produto notável. Existem

dois números cujo quadrado é 36: 6 e -6. Assim, temos que

$$3x - 5 = 6 \text{ ou } 3x - 5 = -6$$

$$x = \frac{11}{3} \qquad x = -\frac{1}{3}$$

Logo, as raízes são:

$$x = \frac{11}{3} \text{ e } x = -\frac{1}{3}$$

<pág. 81>

Agora é sua vez! Tente resolver os exercícios a seguir.

Atividade 1

Resolva as equações:

a. $(2x - 4)^2 = (7x + 17)2$

b. $2x^2 - 3x = 0$

c. $(x - 7)(3x + 6)^2 = 0$

d. $x^2 + 4x + 1 = 0$

e. $(7 - 2x)^2 = 25$

f. $x^2 - 6x + 10 = 0$

g. $4x^2 - 25 = 0$

h. $(5x + 2)^2 = 9$

i. $x^2 + 6x + 9 = 0$

j. $x(x + 3)(2x - 3)^2 = 0$

k. $3x2 + 12 = 0$

l. $(x + 5)^2 (3x - 4)^2 =0$

******

Seção 3

Fórmulas de função do 2° grau no cotidiano

Num campeonato de futebol, 20 clubes enfrentam-se em turno e returno, ou seja, todos jogam contra todos em dois turnos. Você sabe quantos jogos são realizados neste campeonato?

Para respondermos a esta pergunta, podemos pensar da seguinte maneira: sejam C1, C2, ..., C19 e C20 os clubes participantes, para cada par de letras temos 1 jogo. Por exemplo, C1C2 representa o jogo entre estes dois clubes em que o C1 está jogando em casa e C2 é o desafiante. Já C2C1 significa que neste jogo C1 é o visitante e C2 é o clube da casa. Assim, para determinar o número de jogos, temos de decidir quem será o time da casa e quem será o time desafiante. Para o time da casa, temos 20 escolhas

possíveis, escolhido o time da casa agora temos de escolher o time visitante, o que podemos fazer de 19 maneiras. Logo, o total de jogos é igual a 20 x 19 = 380.

<pág. 82>

E se quisermos calcular o número de jogos *y* de um campeonato com *x* clubes em que todos se enfrentam em dois turnos, de que forma podemos fazer isto? Usaremos o mesmo raciocínio utilizado no exemplo anterior. Para determinar o número de jogos, temos de decidir quem será o time da casa e

quem será o time desafiante. Para o time da casa, temos x escolhas possíveis. Escolhido o time da casa, agora temos de escolher o time visitante, o que podemos fazer de $(x - 1)$ maneiras. Logo, o total de jogos é $y = x(x - 1)$. Ou seja, o número de jogos é obtido a partir da lei da função do 2° grau $y = x^2 - x$.

De maneira geral, uma função polinomial do 2° grau é toda função do tipo $f(x) = ax^2 + bx + c$, com $a \neq 0$.

Atividade 2

1. Suponha que um campeonato siga as regras dadas no exemplo anterior.

a. Determine o número de jogos, se o campeonato for disputado por 12 times.

b. Determine quantos times estão disputando um determinado campeonato (diferente do item a), sabendo que 90 jogos foram realizados.

2. Com uma corda de 100 metros, deseja-se demarcar no chão uma região retangular.

a. Se uma das dimensões desse retângulo é de 20 metros, qual é a outra?

b. Quais são as dimensões do retângulo que tem área 600 metros quadrados?

c. Expresse a área *y* do retângulo em função do seu comprimento *x*.

****

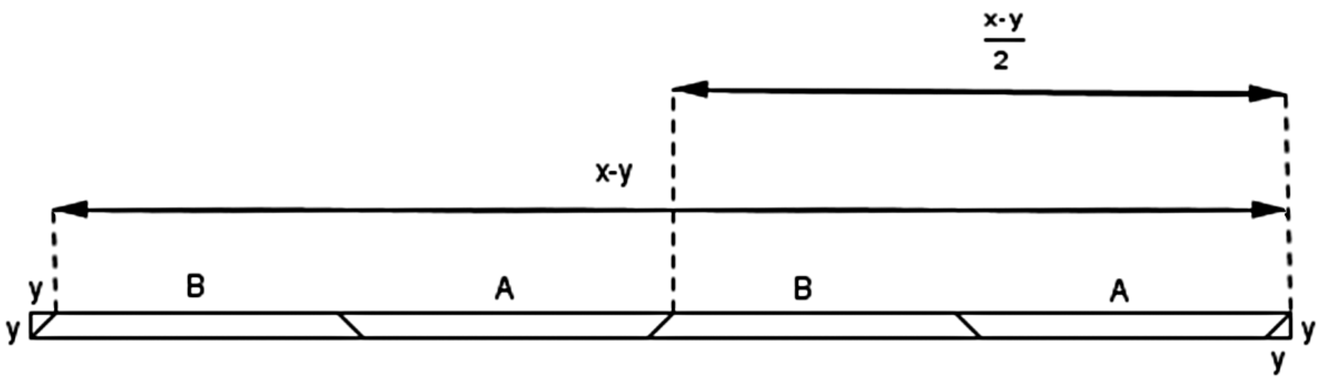
Voltando ao problema da seção 1:

Na seção 1, tínhamos a seguinte situação problema: “Marlise precisa de ripas para fazer molduras para quadros de medidas iguais a: 10x10 cm, 15x15 cm, 20x20 cm, 25x25 cm, 30x30 cm e 35x35 cm. Além disso, ela deseja que as molduras

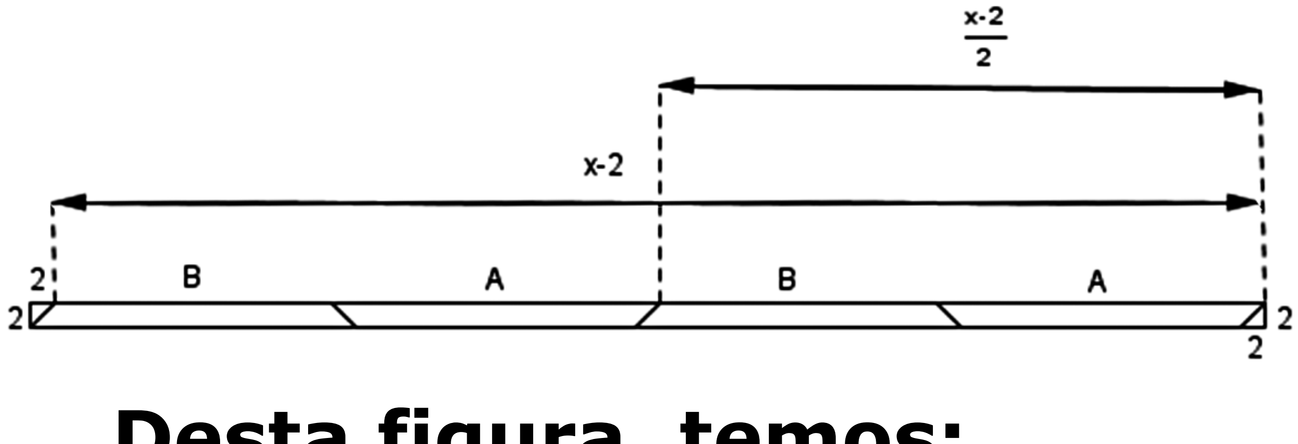
tenham 2 cm de largura, ou seja, quer que as ripas de madeira tenham 2 cm de largura. Quais devem ser os comprimentos das ripas para cada tipo de moldura?

Para resolvermos este problema, primeiro devemos notar que as ripas devem ser cortadas em formas de trapézio (de base maior A e base menor B), e, para que aproveitemos o máximo da madeira, devemos fazer cortes de 45° como mostrado na figura abaixo, onde x é a medida do comprimento de cada ripa e y a medida da largura (2 cm no caso).

<pág. 83>



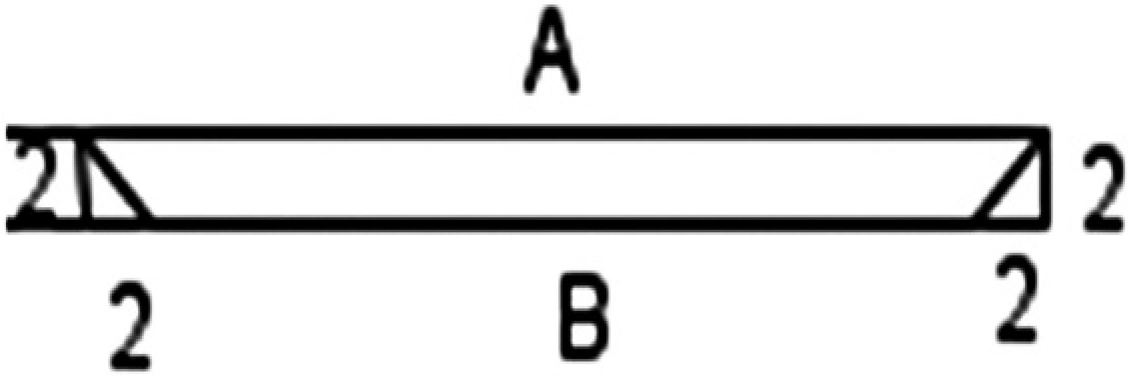
No nosso exemplo, as ripas têm 2 cm de largura, assim temos a seguinte figura:



Desta figura, temos:

$$A + B = \frac{x - 2}{2} \ (*)$$

Destacando um dos trapézios, temos:



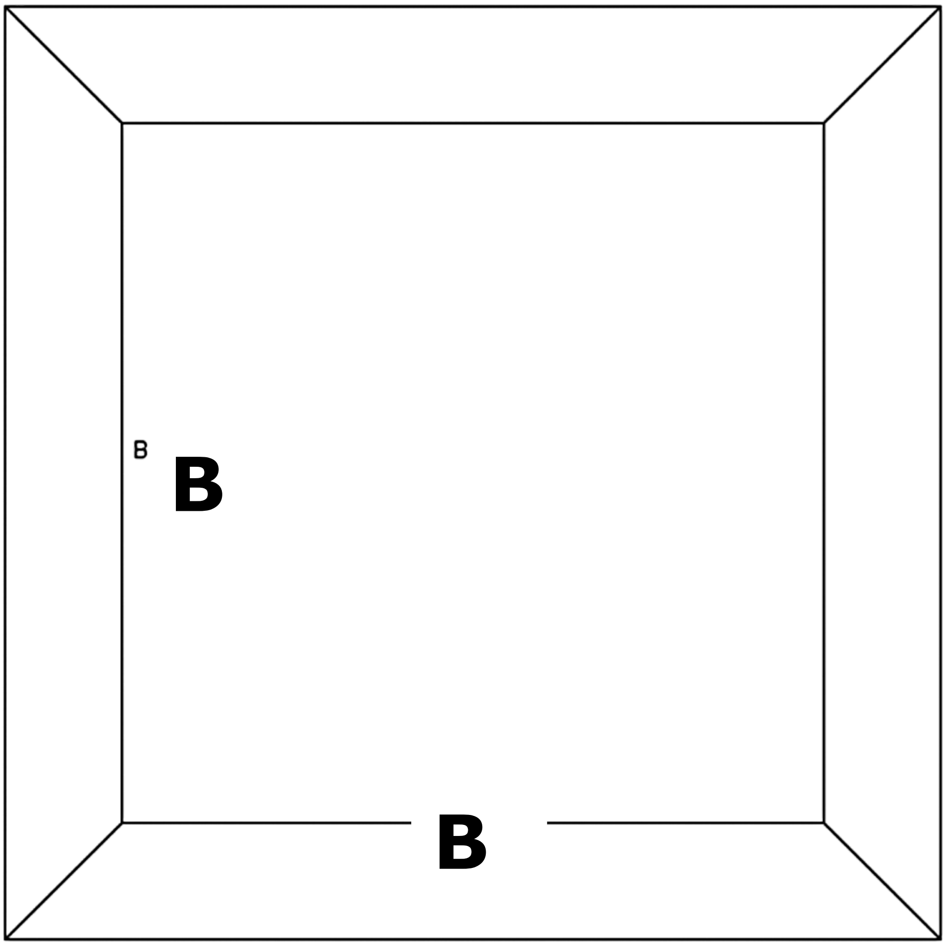
$$A - B = 4 \quad (**)$$

Resolvendo o sistema formado pelas equações (*) e (**), chegamos aos seguintes resultados :

$$A = \frac{x + 6}{4} \text{ e } B = \frac{x - 10}{4}$$

A moldura ficará com formato como mostrado na figura a seguir:

<pág. 84>



Assim, o quadro de formato quadrado construído com uma ripa de comprimento x possui área igual a:

$$S = \left(\frac{x - 10}{4}\right)^2 = \frac{1}{16}x^2 - \frac{5}{4}x + \frac{25}{4}$$ (função do 2º grau)

Dessa forma, se for pedido à Marlise uma moldura para um quadro 10 cm x 10 cm, ela terá de substituir *S* por 100 na função acima, pois é a área de um quadrado de lado 10. Substituindo, temos:

$$\left(\frac{x - 10}{4}\right)^2 = 100$$

Lembra como resolvemos este tipo de equação? Queremos calcular um "número" que elevado ao quadrado dê 100. Que número é este? Os possíveis números são 10 e –10. Assim, temos:

$$\frac{x - 10}{4} = 10 \quad \text{ou} \quad \frac{x - 10}{4} = -10$$

$$x = 50 \qquad\qquad x = -30 \text{ (não serve)}$$

Logo, a ripa deve ter 50 cm de comprimento. E aí, o que achou? Tente fazer o mesmo para quadros de tamanhos 15x15 cm, 20x20

cm, 25x25 cm, 30x30 cm e 35x35 cm.

<pág. 85>

Saiba Mais

Você sabia que os Antigos Babilônios já sabiam resolver equações do 2° grau há mais de 4 mil anos? É verdade! Eles usavam um sistema sexagesimal e não o nosso sistema atual que é decimal. Eis um exemplo (no nosso sistema decimal) que data de 1800 a.C., aproximadamente, encontrado numa tá-bula de Strasburgo: "Uma área A, que consiste na soma de dois quadrados, é 1000. O

lado de um dos quadrados é 10 a menos que 2/3 do lado do outro quadrado. Quais os lados dos quadrados?" Fica este exercício como desafio para você resolver. Fonte: EVES, Howard. Introdução à história da matemática. Ed Unicamp.

****

Atividade 3

Um grupo deseja fretar um ônibus para fazer uma excursão. O ônibus possui 40 assentos e o preço da passagem para cada pessoa do grupo é de 50 reais acrescidos de 2 reais por assento vazio.

a. Se o grupo possui 30 pessoas, qual o preço da passagem para essa excursão?

b. Expresse o valor V total pago pelo grupo em função da quantidade x de assentos vazios nesse ônibus.

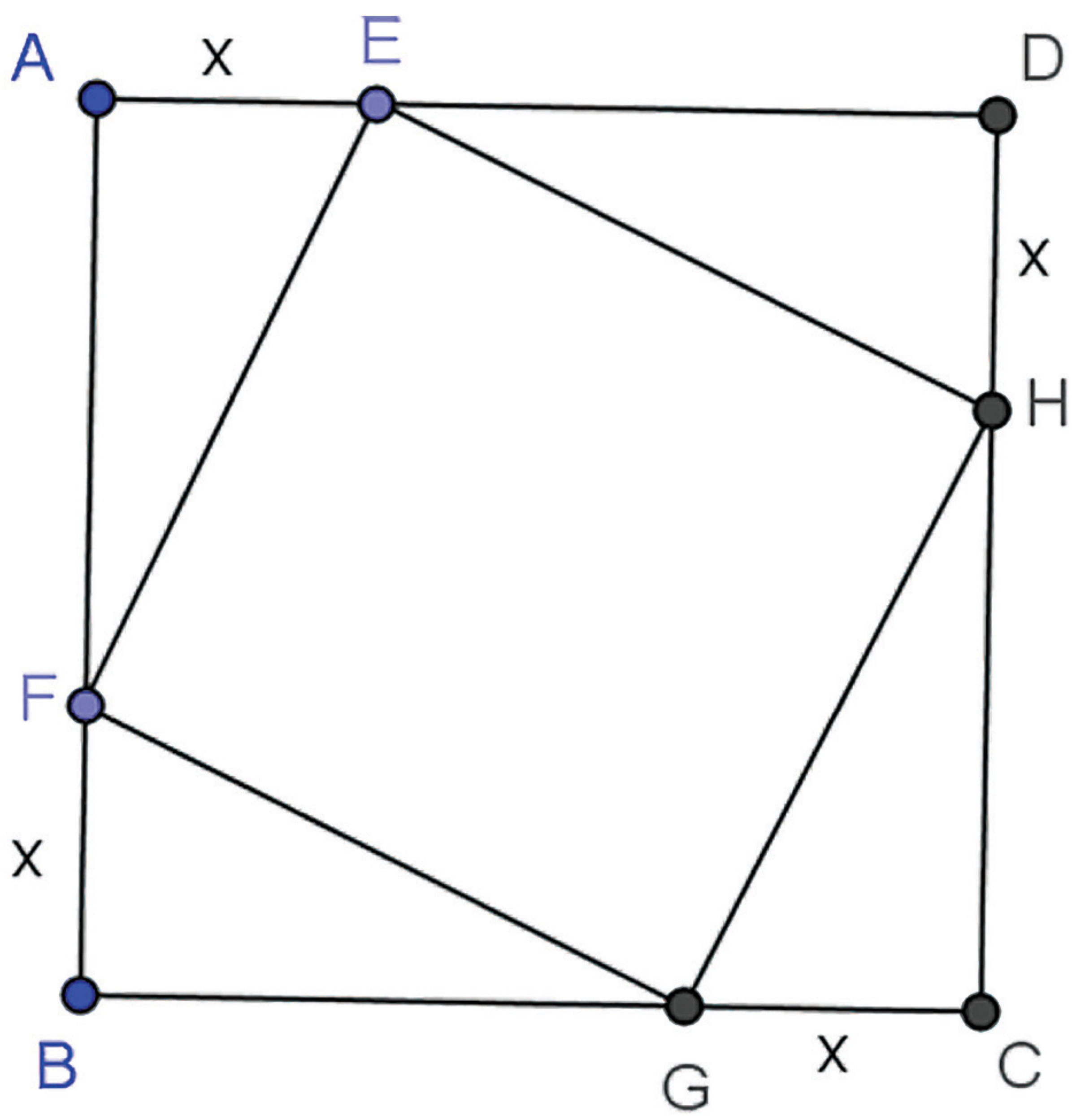
c. Um grupo que pagou 2100 reais pelo passeio deixou quantos lugares vazios no ônibus.
****

<pág. 86>

Atividade 4

Em um quadrado ABCD de lado 10 cm, inscreve-se outro quadrado EFGH como

mostra a figura abaixo. Note que os segmentos AE, BF, CG e DH têm comprimento x.



a. Subtraindo-se da área do quadrado ABCD, as áreas dos 4 triângulos retângulos da figura, pode-se determinar a área S do quadrado EFGH. Determine S quando $x = 2$ cm. (Dica: a área de um triângulo é determinada pela metade do produto entre a medida da base pela medida da altura desse triângulo)

b. Expresse, em função de x, a área y de um dos triângulos da figura e a área Y do quadrado EFGH.

c. Determine o valor de x para que o quadrado EFGH

tenha área 50 metros quadrados.

****

Resumo

.Função polinomial do 2° grau é toda função do tipo $f(x) = ax^2 + bx + c$, em que $a \neq 0$.

.A forma tradicional de resolver uma equação do segundo grau é usando a Fórmula de Bhaskara:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}, \text{ onde}$$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

.Muitas equações do segundo grau podem ser resolvidas sem recorrer a esta fórmula. Como, por exemplo, as equações do segundo grau que têm c=0 ou b = 0.

<pág. 87>

Veja ainda

Para saciar sua curiosidade, indicamos os seguintes sites:

.http://www.somatematica.com.br

.http://www.passeiospelamatematica.net/dia-a-dia/matdi.htm

Referências

Livros

.Lima, E.L., Carvalho, P.C.P., Wagner, E., Morgado, A.C. A matemática do Ensino médio, vol.1, SBM.

.Iezzi, G., Dolce, O., Degenszajn, D., Périgo, R., de Almeida, N. Matemática ciência e aplicações, vol.1, Ed Saraiva.

.Lozada, Cláudia de Oliveira; Araújo, Mauro Sérgio Teixeira de; Morrone Wagner; Amaral, Luiz Henrique, Universidade Cruzeiro do Sul (UNICSUL), SP. A modelagem matemática aplicada ao ensino de Física no Ensino Médio, Revista Logos, n° 14, 2006.

<pág. 88>

Respostas das atividades

Atividade 1

a. $x = -\frac{21}{5}$ e $x = -\frac{13}{9}$

b. $x = 0$ e $x = \frac{3}{2}$

c. $x = 7$ e $x = -2$

d. $-2 \pm\sqrt{3}$ e $x = -2 - \sqrt{3}$

e. $x = 1$ e $x = 6$

f. Não existe raiz real

g. $x = \frac{-5}{2}$ e $\frac{-5}{2}$

h. $x = \frac{1}{2}$ e $x = -1$

i. $x = 0$, $x = \frac{3}{2}$ e $x = -3$

k. Não existe raiz real

l. $x = -5$ e $x = \frac{4}{3}$

Atividade 2

a. 132 jogos

b. 10 times

Atividade 3

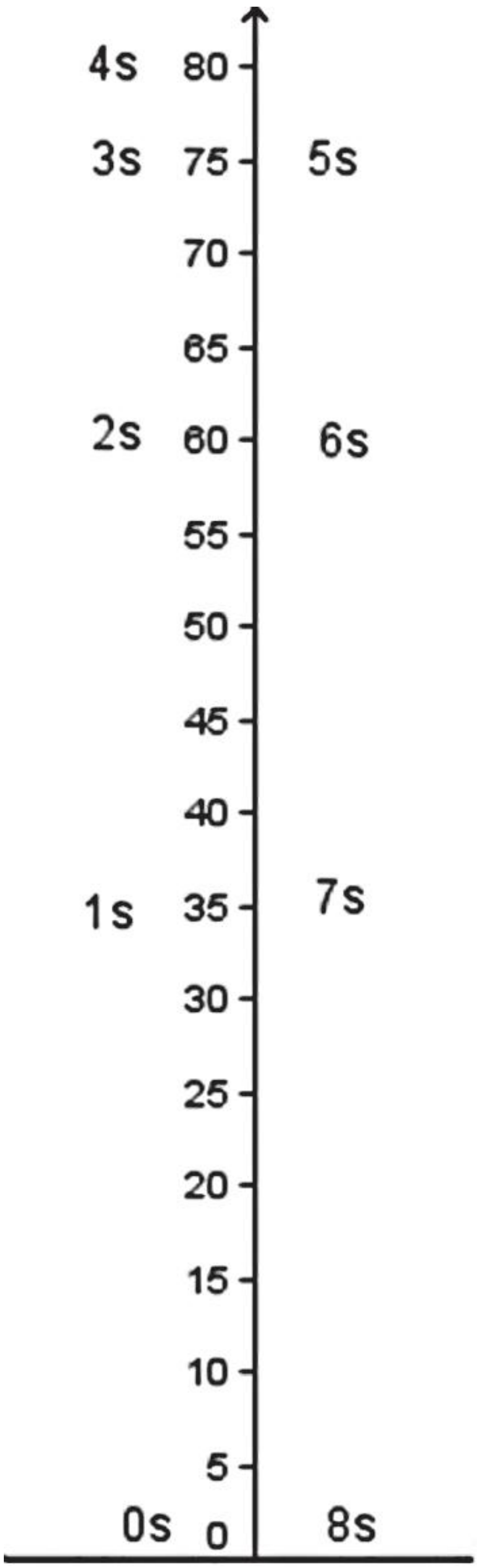
a. $S = -5t^2 + 40t$. Como a bola é lançada a partir do solo, utilizamos esta posição inicial como sendo zero, ou seja, $S_0 = 0$. b. 35 m

c. Em 3 s e 5 s

d. Após 4 s

e. A altura máxima é de 80 m.

f. Após 8 s


4s
80
3s
75
5s
70
65
2s
60
6s
55
50
45
40
1s
35
7s
30
25
20
15
10
5
0s
0
8s

<pág. 89>

Atividade 4

a. 70 reais.

b. $V = -2x^2 + 30x + 2000$

c. 5 ou 10.

<pág. 91>

O que perguntam por aí?

(ENEM – 2009)

Um posto de combustível vende 10.000 litros de álcool por dia a R$ 1,50 cada litro. Seu proprietário percebeu que, para cada centavo de desconto que

concedia por litro, eram vendidos 100 litros a mais por dia. Por exemplo, no dia em que o preço do álcool foi R$ 1,48, foram vendidos 10.200 litros. Considerando x o valor, em centavos, do desconto dado no preço de cada litro, e V o valor, em R$, arrecadado por dia com a venda do álcool, então a expressão que relaciona V e x é:

a. $V = 10.000 + 50x - x^2$

b. $V = 10.000 + 50x + x^2$

c. $V = 15.000 - 50x - x^2$

d. $V = 15.000 + 50x - x^2$

e. $V = 15.000 - 50x + x^2$

Solução:

Primeiro notemos a tabela a seguir:

Quantidade de álcool (em litros)	**10.000**	**10.000 + 1. 100**
Preço por litro (em reais)	**1,50**	**1,50 – 1. 0,01**

Quantidade de álcool (em litros)	**10.000 + 2.100**	**...**	**10.000 + x.100**	
Preço por litro (em reais)	**1,50 – 2. 0,01**	**...**	**1,50 – x. 0,01**	

Assim, temos:

Valor arrecadado/dia = (quantidade de álcool/dia)·(preço do litro de álcool)

$V = (10000 + 100x) \cdot (1,5 - 0,001x)$

Logo, a resposta é $V = 15.000 + 50x - x2$, ou seja, a alternativa D.

<pág. 93>

Caia na rede !

.Vídeo: Fórmula de Bhaskara

No link http://portaldoprofessor.mec.gov.br/fichaTecnica.html?id=33060, você vai encontrar um vídeo que mostrará um passeio histórico em torno de equações quadráticas, visitando hindus, mesopotâmios, gregos, árabes e europeus, mostrando diferentes métodos de resolução até a famosa Fórmula de Bhaskara. Vale a pena verificar!

<pág. 95>

Megamente

O link http://m3.ime.unicamp.br/recursos/1242 vai mostrar a você algumas atividades muito interessantes, relacionadas a um processo de otimização em que são usados polinômios do 2º grau. Nesta atividade, o problema em tela é a determinação da janela com topo triangular que tem maior área, considerando um perímetro fixo. O uso de gráficos dinâmicos e de um pouco de modelagem

completetam este interessante problema. Visite-o!